I. Megoldás. $\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\big[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\big]$ összefüggés alapján az egyenlet baloldalán álló szorzatok összege:

$$\frac{1}{2}\left(\cos\frac{6\pi}{7}+\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{10\pi}{7}+\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{8\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7}\right).$$

Azonban

$$\cos\frac{8\pi}{7}=\cos\frac{6\pi}{7},\qquad \cos\frac{10\pi}{7}=\cos\frac{4\pi}{7},$$

és így az összeg

$$\frac{1}{2}\left(2\cos\frac{2\pi}{7}+2\cos\frac{4\pi}{7}+2\cos\frac{6\pi}{7}\right)=$$
$$\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7}+\cos\frac{6\pi}{7}$$

alakban írható. Ezen összeg értéke az 1372. feladat szerint (XIV. évf. 5. sz.) $-\frac{1}{2}$.

Hajnal Miklós (Izr g. VII. o. Bp.)

II. Megoldás. Az 1394. feladat II. megoldásában (XIV. évf. 7. sz.) megállapítottuk, hogy az

$$y^3+y^2-2y-1=0$$

egyenlet gyökei:

$$y_1=2\cos\frac{2\pi}{7},\quad y_2=2\cos\frac{4\pi}{7},\quad y_3=2\cos\frac{6\pi}{7}.$$

Azonban tekintettel arra, hogy

$$y^3+y^2-2y-1\equiv(y-y_1)(y-y_2)(y-y_3),$$
$$y_1y_2+y_2y_3+y_3y_1=-2,$$

tehát

$$4\left(\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7}\cos\frac{6\pi}{7}+\cos\frac{6\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}\right)=-2$$

és így

$$\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7}\cos\frac{6\pi}{7}+\cos\frac{6\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}=-\frac{1}{2}.$$

Freud Géza (Berzsenyi Dániel. g. VI. o. Bp. V.)
Sándor Gyula (Kölcsey Ferenc. g. VII. o. Bp. VI.)