Az $f(x,y)=0$ harmadfokú görbén fekvő P pont koordinátái: (x_0,y_0), legyenek racionális számok. A görbéhez P pontban húzott érintő a görbét még *egy* pontban metszi[1].

Ha az érintő egyenletéből y-t, mint x függvényét kifejezzük és ezen kifejezést az $f(x,y)=0$ egyenletben y helyébe tesszük, akkor x-re nézve harmadfokú $g(x)=0$ egyenletet nyerünk, melynek minden együtthatója racionális szám. A $g(x)=0$ egyenletnek kétszeres gyöke x_0; gyökeinek szorzata x_0^2x', ha t. i. x' a görbe és az érintő metszéspontjának abszcisszája. Azonban $-x_0^2x'$ a tiszta tag és x^3 együtthatójának hányadosával egyenlő, tehát egy racionális számmal és így x' is, ill. y' is racionális szám. $P'(x',y')$ pontból kiindulva, hasonló eljárással jutunk P''-höz, melynek koordinátái racionális számok és így tovább.

Ha (x_0,y_0) inflexiós pont, akkor ezen ponthoz tartozó érintő a görbét nem metszi.

Sándor Gyula (Kölcsey Ferenc g. VII. o. Bp. VI.)

Jegyzet. Képzelhető olyan görbe is, melynek csak 3 racionális koordinátákkal bíró pontja van. Ha ugyanis P_1 ilyen pont, és az ehhez tartozó érintő P_2-ben, a P_2-höz tartozó érintő a P_3-ban, a P_3-hoz tartozó érintő a P_1-ben metszi a görbét. Ezen visszatérés előfordulhat négy vagy több pont esetén is.

[1] Ezen érintő egyenletében fellépő együtthatók, melyek x_0, y_0 és az irányhatározó – t. i. $y'=\left(\dfrac{dy}{dx}\right)$, ha $x=x_0$, $y=y_0$ – függvényei, racionális számok. Ha $f(x,y)=0$ egyenletet x szerint differenciáljuk, akkor az így nyert egyenlet y"-re nézve elsőfokú. y'-t kifejezzük az $f(x,y)=0$ egyenlet együtthatóival, továbbá az (x_0,y_0) koordinátákkal racionális műveletekkel, tehát y' is az (x_0,y_0) helyen racionális szám.