Az 1405. feladatban (ezen évf. 8. sz) megállapítottuk, hogy az $y^2-2px=0$ parabola normálisának egyenlete, ha a normális iránytényezője m,

$$y-mx+p\left(m+\frac{m^3}{2}\right)=0\ldots \tag{1}$$

alakban írható. Az m irányhatározójú (párhuzamos) parabola húrokat, ezen irányhoz konjugált átmérő felezi. Ennek egyenlete:

$$my-p=0\ldots \tag{2}$$

Az (1) és (2) egyenletek az m valamely értékénél meghatározzák az m irányhatározójú húr felezőpontját, ill. ennek koordinátáit, mint m függvényeit. Ha pedig a két egyenletből kiküszöböljük az m-et, a normális húr felező pontjának koordinátái között kapunk összefüggést; ez lesz a felezőpontok mértani helyének egyenlete. Az adott esetben (2)-ből $m=\dfrac{p}{y}$; ezt (1)-be helyettesítve és rendezve.

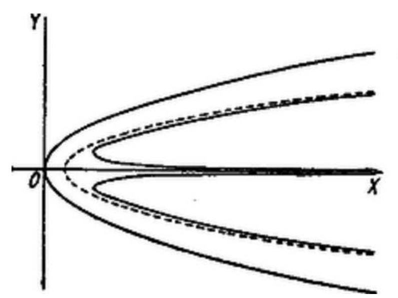
$$y^4-p(x-p)y^2+\frac{1}{2}p^4=0\ldots \tag{3}$$

$$\text{vagy}\quad x-p=\frac{y^2}{p}+\frac{p^4}{2y^2}\ldots \tag{4}$$

A (3)-ból kitűnik, hogy a keresett mértani hely negyedrendű görbe, és ez szimmetrikus az X-tengelyre nézve.

y^2-re valós értékeket kapunk (3)-szerint, ha

$$p^2(x-p)^2-2p^4\geqq 0,\quad \text{azaz ha}\quad x\geqq p(1+\sqrt{2})\ldots \tag{5}$$



Ha x kielégíti az (5) feltételt, akkor (3)-ból y^2-re két pozitív értéket kapunk, tehát y-ra négy értéket, két pozitív és két negatív értéket; utóbbiak az előbbiekkel abszolút értékre egyenlők. (Szimmetria az X-tengelyre nézve!) *A görbének két, az X-tengelyre szimmetrikus ága van!*

Ha $x=p(1+\sqrt{2})$, akkor y^2-re két egyenlő értéket kapunk, azaz az $x=p(1+\sqrt{2})$ egyenes a görbe mindkét ágát érinti; az érintési pontok ordinátája: $\pm\dfrac{p}{\sqrt[4]{2}}$.

A (4) egyenletből pedig kitűnik, hagy a szóbanforgó görbe (ill. mindkét ága) aszimptotikusan közeledik az X-tengelyhez. (Ugyanis, ha $y\to\pm 0$, akkor $x\to+\infty$)

Ha pedig a görbének azon pontjait tekintjük, melynek ordinátái vég nélkül növekednek, akkor azt látjuk hogy ezek az

$$x-p=\frac{y^2}{p}\quad \text{vagy}\quad y^2=P(x-p)\ldots \tag{6}$$

parabolához közelednek, úgy hogy ezen belül maradnak.

Fehér György és Sebestyén Gyula (Fazekas Mihály g. VIII. o. Debrecen)