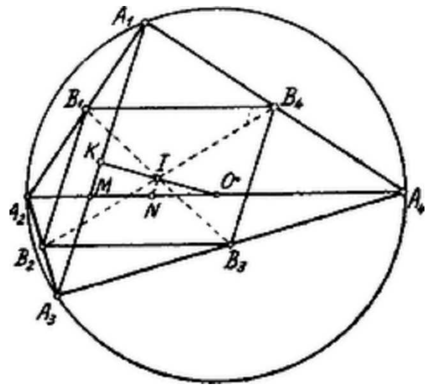
Legyen a kör középpontja O, a húrnégyszög csúcsai A_1, A_2, A_3, A_4, az oldalakat felező pontok ábránk szerint B_1, B_2, B_3, B_4. Az egyik átló a kör átmérője, pl. A_2A_4; az állók metszéspontja M, az A_2A_4 átmérőn fekszik. Az A_1A_3 felezőpontja legyen K. Az oldalak felezőpontjai, mint ismeretes, egy parallelogramma csúcsai: tehát B_1B_3 és B_2B_4 felezik egymást az I pontban.



Kimutatjuk már most, hogy I a négyszög két átlójának fetezőpontját összekötő távolságnak, OK-nak felezőpontja.

Ugyanis az $A_1A_2, A_3\triangle$ két oldalának A_1A_2-nek és A_1A_3-nak felezőpontjait összekötő $B_1K \parallel A_2A_3$ és $B_1K = \frac{1}{2}A_2A_3$; továbbá az $A_4A_2A_3\triangle$ két oldalának, A_4A_2-nek és A_4A_3-nak felezőpontjait összekötő $OB_3 \parallel A_2A_3$ és $OB_3 = \frac{1}{2}A_2A_3$. Eszerint $R_1K\#OB_3$, tehát a B_1KB_3O idom parallelogramma, melynek B_1B_3 átlója felezi az OK átlót, azaz B_1B_3 keresztülmegy OK felezőpontján.

Hasonlóan a B_2OB_4K is parallelogramma, melynek B_2B_4 átlója ugyancsak OK felezőpontján megy keresztül. Tehát B_1B_3 és B_2B_4 az OK távolság I felezőpontjában metszik egymást.

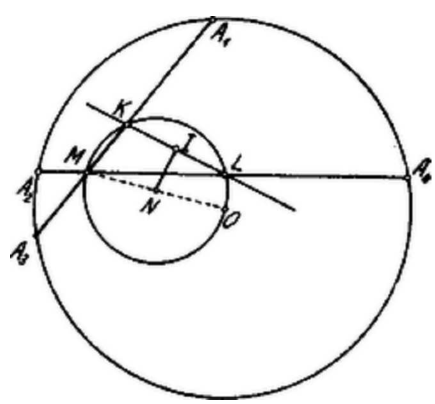
Tegyük fel, hogy az M szilárd pont. Akkor a K pont mértani helye az OM átmérőjű kör. Minthogy $OI = \frac{1}{2}OK$, az I pont mértani helye ugyancsak egy kör, melynek átmérője $\frac{1}{2}OM = ON$, ahol N az OM távolság felezőpontja. Ebből következik, hogy *az I pontot nem vehetjük fel egészen tetszőlegesen, hogy a szerkesztés el legyen végezhető: az I pontnak az ON átmérőjű körön kell feküdnie.*

Ha I megfelel az előbbi feltételnek, akkor az OI-ra M-ből merőlegest állítunk: ezen merőleges meghatározza a körön a négyszög két csúcsát, míg a másik két csúcs az OM állal meghatározott átmérő végpontjai.

Klein József (Izr. g. VII. o. Debrecen.)

Jegyzet: Ha az I pontot rögzítjük, az O körön belül, akkor az M pont mértani helye a kör azon húrja, amely OI-ra merőleges és O-tól való távolsága (OI irányban) $2OI = OK$.

Tetszőleges négyszögre is áll, hogy I a négyszög két átlójának felezőpontját összekötő távolság felezőpontja, amint ez a bizonyításból kiderül. A bizonyításban semmit sem használhatunk fel abból, hogy a négyszög húrnégyszög.



Húrnégyszög esetén azonban az átlók K és L felezőpontjai mindenkor az OM átmérőjű körön feküsznek. Tehát kell, hogy I ezen körön belül feküdjék. Ha már most az O kör adva van, továbbá M, az I pedig úgy, hogy az OM átmérőjü körön belül van, és e kör középpontja N, akkor NI-re az I ponton át merőlegest emelünk, mely az (N) kört K és L pontokban metszi. MK és ML egyenesek egy húrnégyszög átlói lesznek. Ezen húrnégyszög megfelel azon követelményeknek, hogy M az átlók és I a szembenfekvő oldalak felezőpontjait összekötő egyenesek metszőpontja.

K – g.