

Az  $y^2 = 2px$  parabola  $(x_0; y_0)$  pontjában húzott érintő irányhatározója:  $\frac{p}{y_0}$ , tehát a normálisé:  $-\frac{y_0}{p}$ . Az  $M(x_0, y_0)$  ponthoz tartozó normális egyenlete:

$$y - y_0 = -\frac{y_0}{p}(x - x_0) \text{ vagy } y - y_0 = -\frac{y_0}{p}\left(x - \frac{y_0^2}{2p}\right).$$

Legyen  $-\frac{y_0}{p} = m$ , tehát  $y_0 = -pm$ , azaz a normális egyenletébe az  $y_0$  paraméter helyett vezessük be a normális irányhatározóját paraméterként. Így a normális egyenlete

$$y + pm = m\left(x - \frac{pm^2}{2}\right) \text{ vagy } y = m(x - p) - \frac{pm^3}{2}.$$

Helyezzük a koordinátarendszer kezdőpontját a parabola gyújtópontjába, de a tengelyek iránya ugyanaz maradjon. Az új koordináták és ez eredetiek között

$$x' = x - \frac{p}{2}, \quad y' = y, \quad \text{ill.} \quad x = x' + \frac{p}{2}, \quad y' = y$$

transzformációs kapcsolatok állanak fenn és így az új koordinátarendszerben a normális egyenlete

$$y' = m\left(x' - \frac{p}{2}\right) - \frac{pm^3}{2},$$

ill. a vesszős jelzést elhagyva,

$$(1) \quad y = m\left(x - \frac{p}{2}\right) - \frac{pm^3}{2} \dots$$

A gyújtóponton átmenő és a normálisra merőleges egyenes egyenlete:

$$(2) \quad y = -\frac{1}{m}x \dots$$

Az (1) és (2) egyenletekből álló rendszert megoldva, a két egyenes metszéspontjának koordinátáit kapjuk, mint  $m$  függvényeit. Ha pedig az  $m$  paramétert kiküszöböljük a két egyenletből, a metszéspont koordinátái között kapunk összefüggést, mely a keresett mértani hely egyenlete. (2)-ből  $m = -\frac{x}{y}$ . Ezt (1)-be helyettesítve:

$$y = -\frac{x}{y}\left(x - \frac{p}{2}\right) + \frac{p}{2}\frac{x^3}{y^3} \quad \text{vagy} \quad y^4 + x^2y^2 - \frac{p}{2}xy^2 - \frac{p}{2}x^3 = 0,$$

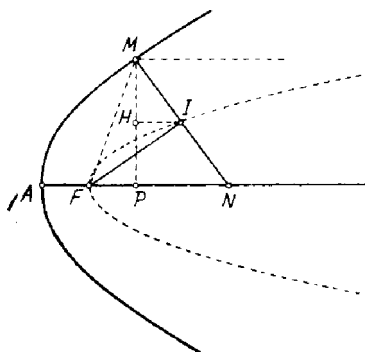
ill.

$$(3) \quad y^2\left(y^3 - \frac{p}{2}x\right) + x^2\left(y^2 - \frac{p}{2}x\right) \equiv (x^2 + y^2)\left(y^2 - \frac{p}{2}x\right) = 0 \dots$$

A szóbanforgó mértani hely eszerint két részből áll: az egyik rész  $x^2 + y^2 = 0$  egyenletnek felel meg és ez nem más, mint maga a gyújtópont (ill. a gyújtóponton átmenő képzetes egyenespár). A másik rész az  $y^2 - \frac{p}{2}x = 0$  egyenletnek megfelelő parabola, melynek csúcspontja az eredeti parabola gyújtópontja és paramétere  $\frac{p}{4}$  az eredeti paraboláénak negyedrésze.

*Krisztonosich Jenő* (Szent László g. VIII. o. Bp. X.).

**II. Megoldás.** Az előbbi eredményt szintetikus geometriai eljárással világítjuk meg. Legyen  $I$  az  $F$  gyújtópont vetülete az  $MN$  normálison. Minthogy  $FM = FN$ , az  $I$  felezi  $MN$ -t. Ha  $MP$  felezőpontja  $H$ , akkor  $HI \parallel PN$  és  $HI = \frac{1}{2}$ ,  $PN = \frac{1}{2}p$ .



A parabola pontjaihoz tartozó  $(MP)$  ordináták felezőpontjai azonban ugyancsak parabolát írnak le, melynek csúcsa az adott paraboláéval közös  $(A)$  és paramétere  $\frac{p}{4}$ . Ha ezen parabolát főtengelyével párhuzamosan eltoljuk és az eltolás mértéke  $HI = \frac{p}{2}$ , akkor megkapjuk az  $I$  pont mértani helyét, oly parabolát, melynek csúcsa  $F$ , paramétere  $\frac{p}{4}$  és tengelye az adott paraboláéval közös.

*Sauer Jenő* (Bencés g. VII. o. Győr.)