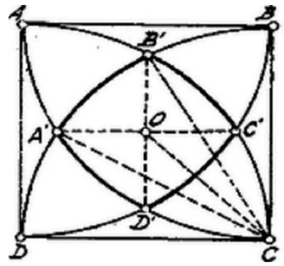
A négyzet A, B, C, D csúcsaiból szerkesszünk a sugarú köröket; a a négyzet oldala. E négy kör a négyzeten belül fekvő $A'B'C'D'$ görbevonalú négyszöget határozza meg. Ezen négyszöget határoló ívek mindegyike az a sugarú kör kerületének 1/12-ed része. (Ugyanis az a sugarú köröknek a négyzeten belül eső ívei 3 egyenlő részre osztják egymást.) Az $A'B'C'D'$ négyszög két átlója, $A'C'$ és $B'D'$ az O pontban, a négyzet középpontjában metszi egymást és az $A'B'C'D'$ négyszöget négy egyenlő részre osztja.



Egy ilyen rész, pl. $A'OB'$ területét megkapjuk, ha az $A'CB'$ körcikk területéből kivonjuk az $A'CO\triangle$ és $B'CO\triangle$ területének összegét, ill. az $A'CO\triangle$ kétszeres területét.

Az $A'CB'$ körcikk területe: $\dfrac{a^2\pi}{12}$.

Az $A'CO\triangle$ területe:

$$\frac{1}{2}A'C \cdot OC \cdot \sin\widehat{A'CO}\ ^{1} = \frac{1}{2}a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}\sin\frac{\pi}{12}.$$

Az $A'OB'$ idom területe:

$$\frac{a^2\pi}{12} - \frac{a^2\sqrt{2}}{2}\sin\frac{\pi}{12}.$$

Az $A'B'C'D'$ idom területe $4A'OB' = a^2\left(\dfrac{\pi}{3} - 2\sqrt{2}\sin\dfrac{\pi}{12}\right)$.

A feladatnak megfelelő pont ezen $A'B'C'D'$ idomon belül, ill. ezen idom kerületén tartozik lenni. Annak valószínűsége, hogy a találomra felvett pont ne essék az $A'B'C'D'$ zárt idomon kívül,

$$v = \frac{A'B'C'D'}{ABCD} = \frac{\pi}{3} - 2\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{12}.$$

Már most

$$\begin{aligned}
\sin\frac{\pi}{12} &= \sqrt{\frac{1-\cos\frac{\pi}{6}}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}\\
2\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{12} &= 2\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{3-2\sqrt{3}+1} =\\
&= \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3}-1
\end{aligned}$$

és így

$$v = \frac{\pi}{3} - (\sqrt{3}-1) = \frac{\pi}{3} + 1 - \sqrt{3} = 2{,}0472 - 1{,}7321$$
$$v = 0{,}3151$$

Jankovich István (érseki g. VIII. o. Bp. II.)

---

[1] $\widehat{A'CO} = \frac{1}{2}\widehat{A'CB'} = \frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{12}$.