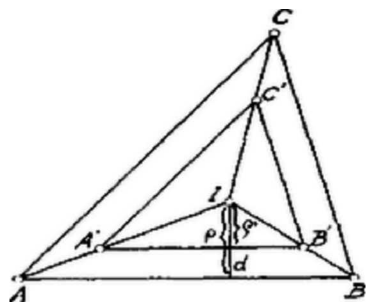
A belső háromszög csúcsai legyenek A', B', C'. Minthogy A' az AB és AC oldalaktól egyenlő távolságban van, az α szöget felező egyenesen fekszik; ezen egyenes felett az α' szöget is. Hasonlóan B' a β, C' a γ szöget felező egyenesen fekszik és ezen egyenesen fekszik és ezen egyenesek felezik a β' ill. γ' szöget. Ebből következik, hogy a beírt kör középpontja, I, mindkét háromszögre nézve közös és a két hasonló háromszög az I pontra nézve hasonló helyzetű is, tehát területük aránya megegyezik a megfelelő oldalak négyzeteinek, ill. a beírt körök sugarainak négyzetes arányával.



Ha az $ABC\triangle$ területe t, az $A'B'C'\triangle$-é t', az előbbire nézve a beírt kör sugara ϱ, az utóbbira nézve $\varrho' = \varrho - d$, akkor

$$t' : t = (\varrho - d)^2 : \varrho^2 \quad \text{vagy} \quad t' : t = \left(1 - \frac{d}{\varrho}\right)^2 : 1.$$

Minthogy

$$\varrho = \frac{2t}{a+b+c} = \frac{2t}{2s} = \frac{t}{s}$$

$$t' = t\left(1 - \frac{ds}{t}\right)^2 = \frac{(t-ds)^2}{t}$$

ahol $$t = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

Gáspár Rezső (Kossuth Lajos g. VIII. o. Pestszenterzsébet).