Azon P pontok mértani helye, amelyekre nézve

$$AP : BP = m : n$$

oly kör, melynek középpontja az AB egyenesen van és az AB egyenest két pontban metszi (C és D) úgy, hogy

$$AC : CB = m : n \quad \text{és} \quad AD : BD = m : n.$$

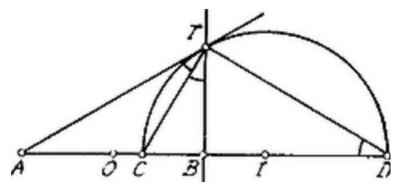
A C pont A és B között van, a D az AB távolságon kívül.

Ha $\dfrac{m}{n} = p > 1$, akkor a szóbanforgó kör középpontja, I, az AB egyenesen, az AB-n kívül, a B felőli oldalon van, más szóval: B e körön belül, A e körön kívül fekszik és ekkor lehet A-ból a körhöz érintőt húzni.

Ha $p = 1$, a körből egyenes lesz, mely AB-t merőlegesen felezi: C az O-ba, D a végtelenbe kerül.

(Ha $p = \infty$, a kör a B pontba zsugorodik össze.

Ha $o \leq p < 1$, akkor az előbbi körökkel az O pontra nézve szimmetrikus köröket kapjuk; az A pont ezeken belül fekszik és a B-ből húzhatunk e körökhöz érintőket. Elegendő tehát, ha a $p \geq 1$ értékekhez tartozó köröket nézzük).



Egy tetszőleges körhöz, amelyre nézve $p > 1$, az A pontból húzott érintő érintési pontja legyen T. Ekkor TC az $ABT\triangle$ T csúcsához tartozó belső, TD pedig külső szögfelező és így $TC \perp TD$. Az ATC és TDC szögek, – a CD átmérőjű körben a TC ívhez tartozó kerületi szögek – egyenlők. Így

$$CTB\sphericalangle = ATC\sphericalangle = TDC\sphericalangle$$

és, mivel $\quad TDC\sphericalangle + TCD\sphericalangle = 90^\circ,$

azért $\quad CTB\sphericalangle + TCB\sphericalangle = 90^\circ,$

tehát $\quad TBC\sphericalangle = 90^\circ,$

azaz a T érintési pont vetülete az AB egyesen mindig B, és így T az AB egyenesre, a B ponton állított merőlegesen fekszik. Minthogy T leírja *egészen* ezen egyenest, – hacsak $p \geq 1$ –, a T pont mértani helye azon egyenes, mely AB-re a B pontban merőleges.

Somogyi Antal (gyakorló g. VIII. o. Bp.).