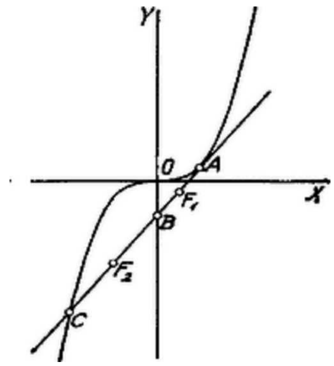
$1^0$. Az $A$ pont abscissája legyen $p$; ordinátája $ap^3$. Az $A$ pontban húzott érintő iránytangensét megadja $y' = \dfrac{dy}{dx}$ értéke az $x = p$ helyen. Minthogy $y' = 3ax^2$, ennek értéke az $A$ pontban $3ap^2$. Az $A$ pontban húzott érintő egyenlete:

$$(E) \qquad y - ap^3 = 3ap^2(x-p) \quad \text{ill.} \quad 3ap^2x - y - 2ap^3 = 0.$$




Ezen érintőnek az $Y$ tengellyel való metszéspontjára nézve $x = 0$. Tehát $B$ ordinátája: $-2ap^3$. Már most az $A(p, ap^3)$ és $B(O, -2ap^3)$ pontok távolságát felező $F_1$ pont koordinátái:

$$x_1 = \frac{p}{2}, \qquad y_1 = \frac{ap^3 - 2ap^3}{2} = -\frac{ap^3}{2}.$$

E két egyenletből $p$-t kiküszöbölve ($p = 2x$ helyettesítéssel), az indexet elhagyjuk és így megkapjuk az $AB$ távolság felezőpontja által leírt görbe egyenletét:

$$y = -4ax^3.$$ [1]

$2^0$. Keressük már most az $E$ egyenesnek a görbével való metszéspontjának koordinátáit. Meg kell oldanunk ezért az

$$y = ax^3 \quad \text{és} \quad 3ap^2x - y - 2ap^3 = 0$$

egyenletrendszert. E két egyenletből $y$-t kiküszöböljük; keletkezik:

$$ax^3 - 3ap^2x + 2ap^3 = 0$$
$$\text{vagy} \qquad x^3 - 3p^2x + 2p^3 = 0.$$

Ezen egyenletnek $p$ kétszeres gyöke, azaz a baloldalnak oszthatónak kell lennie $(x-p)^2$-vel. Valóban

$$(x^3 - 3p^2x + 2p^3) = (x-p)^2(x+2p).$$

Tehát az $E$ érintőnek és a görbének $C$ metszéspontjára nézve: $x_3 + 2p = 0$, $x_3 = -2p$; ordinátája: $y_3 = a(-2p)^3 = -8ap^3$. A $B\,(0, -2ap^3)$ és a $C(-2p, -8ap^3)$ pontok távolságát felező $F_2$ pontra nézve

$$x' = -p, \quad y' = \frac{-2ap^3 - 8ap^3}{2} = -5ap^3.$$

E két egyenletből $p$-t kiküszöbölve, a $BC$ távolságot felezö pont koordinátái közötti összefüggés ez lesz:

$$y = 5ax^3.$$ [2]

*Fehér György* (Fazekas Mihály g. VIII. o. Debrecen).

---

[1] Ha az $y = ax^3$ görbének az $X$-tengelyre vonatkoztatott szimmetrikus képét megszerkesztjük és azután minden pont ordinátáját 4-szeresére nagyítjuk, keletkezik az $y = -4ax^3$ görbe.

[2] Ha az $y = ax^3$ görbe minden pontjának ordinátáját 5-szörösére növeljük, keletkezik az $y = 5ax^3$ görbe