1^0. Az adott másodfokú egyenlet gyökei valósak, ha diszkriminánsa nem negatív, tehát ha

$$(k-1)^2-(k-1)(k-3) \equiv 3k-5 \geqq 0, \quad \text{ill.} \quad k \geqq \frac{5}{3}.$$

Ha $k=\frac{5}{3}$, akkor a gyökök egyenlők és közös értékük:

$$-\left(\frac{5}{3}-1\right):\left(\frac{5}{3}-2\right)=+2.$$

2^0. Hogy az egyenlet mindkét gyöke $+1$-nél nagyobb legyen szükséges, hogy $f(+1)$ előjele megegyezzék x^2 együtthatójának előjelével, azaz $(k-2)f(+1)>0$ és a gyökök félösszege $+1$-nél nagyobb legyen. Már most

$$f(+1)=k-2+2(k-1)+k-3=4k-7.$$

$(k-2)(4k-7)>0$, ha $k>2$, vagy $k<\frac{7}{4}$ $\left(\text{de } k>\frac{5}{3}, \text{ hogy a gyökök valósak legyenek és } \frac{7}{4}>\frac{5}{3}\right)$.

A gyökök félösszege: $\frac{k-1}{2-k}>1$,

ha

$$\frac{k-1-(2-k)}{2-k}>0,$$

vagyis

$$\frac{2k-3}{2-k}>0.$$

Ezen feltétel ki van elégítve, ha $\frac{3}{2}<k<2$.

Eszerint $k>2$ értékek nem jöhetnek tekintetbe, csak azon értékek, amelyekre nézve

$$\frac{5}{3}<k<\frac{7}{4},$$

$\left(\text{mert ekkor egyszersmind } \frac{3}{2}<k<2\right)$.

3^0. A gyökök félösszege: $s=\frac{k-1}{2-k}=\frac{k-2+1}{2-k}=-1+\frac{1}{2-k}$.

Ezen függvény folytonos, kivéve a $k=2$ helyen. Ha k növekedik, $2-k$ fogy, $\frac{1}{2-k}$ növekedik, tehát s állandóan növekedik; a $k=2$ helyen szakadása van és itt $s=\pm\infty$. A $k=2$ egyenes a görbe egyik aszimptotája.

Ha k abszolút értéke a végtelen felé tart, akkor s értéke -1-hez közeledik. Az $s=-1$ egyenes a görbe másik aszimptotája: egyenlő szárú hiperbolával van dolgunk.

A függvény változását jellemző táblázat:

k	$-\infty$	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$	∞
s	-1	$\nearrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty \| -\infty$	$\nearrow$	-1

Mandl Béla (Áll. Zrinyi Miklós g. VIII. o. Bp. VIII.)