

A keresett háromjegyű szám legyen  $100x + 10y + z$ . A feladat szerint

$$(1) \quad 100x + 10y + z + x + y + z = 100a + 10a + a,$$

ill.

$$(2) \quad 100x + 10y + (x + y + 2z) = 111a, \dots$$

ahol  $x, y, z, a$  a 10-nél kisebb pozitív egész számok;  $y$  és  $z$  lehet zérus is. (Sem  $a$ , sem  $x$  nem lehet 0!)

Már most két eset lehetséges: az 1) mindkét egyenletében a százások száma megegyező, azaz  $x = a$ , vagy a baloldalon álló egyesek és tízesek összeadásából keletkező tízesek száma kitesz – legfeljebb – egy százast, amikor is  $x + 1 = a$ , ill.  $x = a - 1$ .

I. Az  $x = a$  esetben 2)-ből keletkezik:

$$(3) \quad 11y + 2z = 10a \quad \text{vagy} \quad z = 5a - \frac{11y}{2} \dots$$

Látjuk tehát, hogy  $y$  csak 0, 2, 4, 6, 8 lehet.

$y = 0$  mellett  $z = 5a$ ; csak  $a = 1$  lehetséges és így  $x = 1, z = 5$ . (105!)

$y = 2$  esetében  $z = 5a - 11$ ; minthogy  $0 \leq 5a - 11 \leq 9$ , csak  $a = 3$  és 4 lehetséges és így  $z = 4$ , ill. 9.

A megfelelő számok 324 és 429.

$y = 4$  esetében  $0 \leq z = 5a - 22 \leq 9$ , tehát  $a = 5$ , ill. 6. Így  $x = 5$ , ill.  $x = 6$ , és  $z = 3$  ill.  $z = 8$ .

A megfelelő számok 543 és 648.

$y = 6$  esetében  $0 \leq z = 5a - 33 \leq 9$ ; innen  $a = 7$ , ill. 8. Így  $x = 7$ , ill. 8 és  $z = 2$ , ill. 7.

A megfelelő számok 762 és 867.

$y = 8$  mellett  $0 \leq z = 5a - 44 \leq 9$ ; innen csak  $a = 9, x = 9, z = 1$ .

A megfelelő szám 981.

II.  $x = a - 1$  esetben  $a \geq 2$ . Ekkor 2)-ből keletkezik:

$$(4) \quad 11y + 2z = 10a + 101, \quad \text{ill.} \quad z = 5a + \frac{101 - 11y}{2} \dots$$

Minthogy  $a$  legalább 2 és  $y$  legfeljebb 9, nyilván  $z > 10$ .

Ilyen megoldás tehát nincs és így a feladatnak megfelelő számok:

105, 324, 429, 543, 648, 762, 867, 981.

*Holló György* (Áll. Dobó István g. VI. o. Eger)