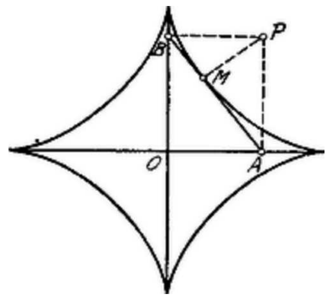
Az AB vonaldarab tetszőleges helyzetében legyen $OA=\alpha$, $0B=\beta$, ahol α, β változók, azonban úgy, hogy $\alpha^2+\beta^2=k^2$. Minthogy P koordinátái α, β, a P pont egy kört ír le, melynek középpontja az origo és sugara k.



Az M pont az AB egyenesen fekszik; koordinátái $(x,\, y)$, kielégítik az

(1) $$\frac{x}{\alpha}+\frac{y}{\beta}=1 \quad \text{ill.} \quad \beta x+\alpha y=\alpha\beta \ \ldots$$

egyenletet. Másrészt az M pont rajta fekszik a P-től, AB-re merőlegesen vont egyenesen, melynek egyenlete:[1].

(2) $$y-\beta=\frac{\alpha}{\beta}(x-\alpha) \quad \text{vagy} \quad \alpha x-\beta y=\alpha^2-\beta^2 \ \ldots$$

1)-ből és 2)-ből M koordinátái $(x,\, y)$ kiszámíthatók, mint α és β függvényei:

(3) $$x=\frac{\alpha^3}{\alpha^2+\beta^2}=\frac{\alpha^3}{k^2}, \quad y=\frac{\beta^3}{k^2} \ \ldots$$

$$x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=(\alpha^2+\beta^2):k^{\frac{4}{3}}=k^2:k^{\frac{4}{3}}=k^{\frac{2}{3}}.$$

Eszerint az M pont oly görbét ír le, melynek egyenlete

(4) $$x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=k^{\frac{2}{3}} \ \ldots$$

A görbe tetszőleges M pontjában húzott érintőre nézve:

$$\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}+\frac{2}{3}y^{-\frac{1}{3}}\frac{dy}{dx}=0 \quad \text{azaz} \quad \frac{dy}{dx}=-\left(\frac{x}{y}\right)^{-\frac{1}{3}}=-\left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{3}}.$$

A 3) alatti egyenletekből

$$\frac{y}{x}=\frac{\beta^3}{\alpha^3}, \quad \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{3}}=\frac{\beta}{\alpha},$$

tehát

(5) $$\frac{dy}{dx}=-\frac{\beta}{\alpha} \ \ldots$$

$\frac{dy}{dx}$ jelenti az M pontban húzott érintő, $-\frac{\beta}{\alpha}$ az M ponton átmenő AB egyenes iránytényezőjét. Ezen két iránytényező egyenlő, azaz AB a C görbét az M pontban érinti.

A feltételek szerint változó AB-t a C görbe burkolja. A C görbe két része az O pontra nézve, két–két része a koordinátatengelyekre nézve szimmetrikus. A görbe minden ilyen része az O pontból nézve domború. A görbének a koordináta–tengelyek is érintői; az érintési pontok csúcspontok.[2]

Radovics György (Érseki g. VIII. o. Bp. II.).

[1] AB iránytényezője $-\frac{\beta}{\alpha}$; a reá merőleges egyenesé: $\frac{\alpha}{\beta}$

[2] Elsőfajú csúcspontok.