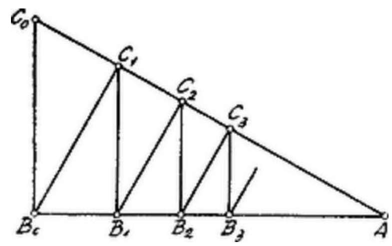
$1^0$. Vizsgáljuk a $C_0B_0C_1B_1C_2B_2\dots C_iB_i\dots$ törtvonal részeit és ezeket fejezzük ki $C_0B_0$ (ill. $B_0C_0$) és $\alpha$ segítségével.




$$I.\begin{cases} B_0C_1 = B_0C_0\cos\alpha, & B_1C_1 = B_0C_1\cos\alpha = B_0C_0\cos^2\alpha \\ B_1C_2 = B_0C_0\cos^3\alpha, & B_2C_2 = B_0C_1\cos^4\alpha \text{ s. í. t.} \end{cases}$$

Eszerint $B_0C_0$, $B_1C_1$, $B_2C_2$, ..., $B_iC_i$, ... oly mértani sort alkotnak, melynek első tagja $B_0C_0$, hányadosa $\cos^2\alpha$ és $0<\cos^2\alpha<1$. Tehát

$$\lim_{i\to\infty}\sum^{i=0} B_iC_i = \frac{B_0C_0}{1-\cos^2\alpha} = \frac{B_0C_0}{\sin^2\alpha} = \frac{B_0C_0\cdot AC_0^2}{B_0C_0^2} =$$
$$= AC_0\cdot\frac{AC_0}{B_0C_0} = AC_0\operatorname{cosec}\alpha.$$

$4^0$. Ugyancsak az I. alatti sor tagjai között szerepelnek $B_0C_1$, $B_1C_2$, ..., s. í. t. Ezek oly mértani sort alkotnak, melynek első tagja $B_0C_1 = B_0C_0\cos\alpha$ és hányadosa $\cos^2\alpha$, úgy hogy

$$\lim_{i\to\infty}\sum^{i=0} C_{i+1}B_i = \frac{B_0C_0\cos\alpha}{1-\cos^2\alpha} = AC_0\operatorname{cosec}\alpha\cos\alpha = AC_0\operatorname{cotg}\alpha = AB_0\operatorname{cosec}\alpha.$$

$2^0$. $AB_0 = B_0C_0\operatorname{cotg}\alpha$, $AB_1 = B_1C_1\operatorname{cotg}\alpha = B_0C_0\cos^2\alpha\operatorname{cotg}\alpha$, $AB_2 = B_2C_2\operatorname{cotg}\alpha = B_0C_0\cos^4\alpha\operatorname{cotg}\alpha$, s. í. t. Az $AB_i$ távolságok mértani sorának első tagja $B_0C_0\operatorname{cotg}\alpha$, hányadosa $\cos^2\alpha$; így

$$\lim_{i\to\infty}\sum^{i=0} AB_i = \frac{B_0C_0\operatorname{cotg}\alpha}{1-\cos^2\alpha} = \frac{AB_0}{\sin^2\alpha} = AB_0\operatorname{cosec}^2\alpha.$$

$3^0$. Az $AC_0$, $AC_1$, $AC_2$, ..., $AC_i$ sor tagjai: $AC_0 = \dfrac{B_0C_0}{\sin\alpha}$.

$$AC_1 = B_0C_1\operatorname{cotg}\alpha = B_0C_0\cos\alpha\operatorname{cotg}\alpha = \frac{B_0C_0}{\sin\alpha}\cos^2\alpha,$$
$$AC_2 = B_1C_2\operatorname{cotg}\alpha = B_0C_0\cos^3\alpha\operatorname{cotg}\alpha = \frac{B_0C_0}{\sin\alpha}\cos^4\alpha \text{ s. í. t.}$$

Eszerint most oly mértani sorral van dolgunk, mely az $1^0$-ből keletkezik, ha annak tagjait $\dfrac{1}{\sin\alpha} = \operatorname{cosec}\alpha$-val szorozzuk; tehát

$$\lim_{i\to\infty}\sum^{i=0} AC_i = \left(\lim_{i\to\infty}\sum^{i=0} B_iC_i\right)\operatorname{cosec}\alpha = AC_0\operatorname{cosec}^2\alpha.$$

A 4 végtelen sor összege rendre:

$$AC_0\operatorname{cosec}\alpha,\qquad AB_0\operatorname{cosec}^2\alpha,\qquad AC_0\operatorname{cosec}^2\alpha,\qquad AB_0\operatorname{cosec}\alpha.$$

*Katter Herbert* (Bencés g. VIII. o. Sopron)