$\binom{2n+1}{2k+1}$ jelenti a $(2n+1)$ elemből alkotott $(2k+1)$-edik osztályú, ismétlés nélküli kombinációk számát. Képzeljük el, hogy ezeket megalkottuk úgy, hogy bennük az elemek egyféle sorrendben szerepelnek, amelyben t. i. mindig magasabb elem követi az alacsonyabbat. (Természetes sorrend!) Tekintsük ezután mindegyik kombinációban a ***középső helyen***, tehát a $(k+1)$-ik helyen álló elemet és vizsgáljuk, hány csoportban áll ez a szóbanforgó helyen?

A $(k+1)$-ik helyen áll elősorban éppen $k+1$. Előtte csak az alacsonyabbak állhatnak; ezek száma k, a belőlük alkotható k-ad oszt. kombinációk száma $\binom{k}{k}$. Utána állhatnak a magasabbak; ezek száma k, csakhogy $2n+1-(k+1)=2n-k$ elemből választhatók $\binom{2n-k}{k}$-féleképen. Így azon csoportok száma, amelyekben $k+1$ áll a középső helyen: $\binom{k}{k}\binom{2n-k}{k}$.

A középső helyre kerül ezután $k+2$. Előtte állhat k elem a $k+1$ alacsonyabb közül, $\binom{k+1}{k}$-féleképpen. Utána következhet k elem a magasabb $2n+1-(k+2)=2n-k-1$ elem közül választva $\binom{2n-k-1}{k}$-féleképpen. Az így előálló csoportok száma: $\binom{k+1}{k}\binom{2n-k-1}{k}$.

Ha a középső helyre az $m+1$ kerül, előtte állhat k elem az m alacsonyabb közül választva, $\binom{m}{k}$-féleképpen. Utána következik k elem a magasabb $2n+1-(m+1)=2n-m$ elem közül választva, $\binom{2n-m}{k}$-féleképpen. Az ilyen kombinációk száma: $\binom{m}{k}\binom{2n-m}{k}$. És i. t.

A legmagasabb rendű elem, mely a középső helyre kerülhet: $2n+1-k$, minthogy utána csak k számú magasabb elem következhet. Ezen középső helyen álló elemmel alkotható csoportok száma: $\binom{2n-k}{k}\binom{k}{k}$.

Ilyen módon kimerítettük az összes szóbanforgó kombinációkat.

Somogyi Antal (Gyakorló g. VIII. o. Bp.)