

Az 1) és 3)-ból következik

$$(5) \quad \lambda \left(1 + \frac{y}{b}\right) = \mu \left(1 - \frac{y}{b}\right), \text{ tehát } \frac{1}{\mu} \left(1 + \frac{y}{b}\right) = \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{y}{b}\right)$$

azaz a 4) ugyanazt mondja, mint a 2). Eszerint a 4) a többi három egyenlet következménye, tehát ha van megoldás, ezt az első 3 egyenlet szolgáltatja.

Mínt hogy 5)-ből

$$\begin{aligned} \lambda + \lambda \frac{y}{b} &= \mu - \mu \frac{y}{b}, \\ (\lambda + \mu) \frac{y}{b} &= \mu - \lambda, \text{ azaz } y = b \frac{\mu - \lambda}{\lambda + \mu}. \end{aligned}$$

1)-ből és 2)-ből:

$$\begin{aligned} \frac{2x}{a} &= \lambda \left(1 + \frac{\mu - \lambda}{\lambda + \mu}\right) + \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{\mu - \lambda}{\lambda + \mu}\right) \\ \frac{x}{a} &= \frac{\lambda\mu}{\lambda + \mu} + \frac{1}{\lambda + \mu} = \frac{1 + \lambda\mu}{\lambda + \mu}; \quad x = \frac{1 + \lambda\mu}{\lambda + \mu}. \end{aligned}$$

Ugyancsak 1)-ből és 2)-ből:

$$\begin{aligned} \frac{2z}{c} &= \lambda \left(1 + \frac{\mu - \lambda}{\lambda + \mu}\right) - \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{\mu - \lambda}{\lambda + \mu}\right) \\ \frac{z}{c} &= \frac{\lambda\mu}{\lambda - \mu} - \frac{1}{\lambda + \mu}; \quad z = c \frac{\lambda\mu - 1}{\lambda + \mu}. \end{aligned}$$

Az egyenletrendszernek eszerint van megoldása, ha csak $\lambda + \mu \neq 0$, még pedig egy:

$$x = a \frac{\lambda\mu + 1}{\lambda + \mu}, \quad y = b \frac{\mu - \lambda}{\lambda + \mu}, \quad z = c \frac{\lambda\mu - 1}{\lambda + \mu}.$$

Nagy Elemér (Ciszterci Szent Imre g. VIII. o. Bp.).

Jegyzet. A feladat eredeti szövegében, a 4) egyenlet sajtóhibával közöltetett, t. i. így:

$$(4) \quad \frac{x}{a} - \frac{z}{c} = \frac{1}{\mu} \left(1 - \frac{y}{b}\right) \dots$$

Ezen szövegezéssel 2) és 4)-ből:

$$\frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{y}{b}\right) = \frac{1}{\mu} \left(1 - \frac{y}{b}\right) \text{ tehát vagy } \lambda = \mu, \text{ vagy } 1 - \frac{y}{b} = 0.$$

Az utóbbi esetben $y = b$ és ezzel 3)-ből: $\frac{x}{a} + \frac{z}{c} = 0$, továbbá 1)-ből $0 = 2\lambda$, azaz $\lambda = 0$, míg 2)-ből

$$\frac{x}{a} - \frac{z}{c} = \frac{0}{0} \text{ és}$$

4)-ből

$$\frac{x}{a} - \frac{z}{c} = \frac{2}{\mu}.$$

Mínt hogy $\frac{0}{0}$ határozatlan, az ellenmondás kikerülése céljából legyen $\frac{0}{0} = \frac{2}{\mu}$. Így x és z meghatározására szolgál:

$$\frac{x}{a} + \frac{z}{c} = 0 \text{ és } \frac{x}{a} - \frac{z}{c} = \frac{2}{\mu}, \text{ ahonnan } x = \frac{a}{\mu} \text{ és } z = -\frac{c}{\mu}.$$

Az $x = \frac{a}{\mu}$, $y = b$, $z = -\frac{c}{\mu}$ értékcsoport kielégíti mind a 4) egyenletet, ha $\frac{0}{0} = \frac{2}{\mu}$.

Ha pedig $\lambda = \mu$, akkor 1)-ből és 3)-ből

$$1 + \frac{y}{b} = 1 - \frac{y}{b}, \text{ azaz } y = 0$$

és így 1)- és 2)-ből

$$\frac{x}{a} + \frac{z}{c} = \lambda, \quad \frac{x}{a} - \frac{z}{c} = \frac{1}{\lambda}.$$

Innen

$$x = \frac{a(\lambda^2 + 1)}{2\lambda}, \quad z = \frac{c(\lambda^2 - 1)}{2\lambda}.$$