I. Megoldás. Bontsuk fel az S_n sor tagjait:

$$\frac{1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{A}{2n+1} + \frac{B}{2n+3}$$
$$1 = A(2n+3) + B(2n+1) = 2(A+B)n + 3A + B.$$

Ezen egyenletnek az n minden egész számú értékénél fenn kell állania; ez csak úgy lehetséges, ha

$$A + B = 0 \text{ és } 3A + B = 1, \text{ azaz } A = \frac{1}{2} \text{ és } B = -\frac{1}{2}.$$

Így

$$\frac{1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3}\right] = \frac{1}{2}\big[f(n) - f(n-1)\big]$$

ha t. i.

$$f(n) = \frac{1}{2n+1}.$$

Eszerint

$$\begin{aligned}
\frac{1}{1\cdot 3} &= \frac{1}{2}\big[f(0) - f(1)\big],\\
\frac{1}{3\cdot 5} &= \frac{1}{2}\big[f(1) - f(2)\big],\\
\frac{1}{5\cdot 7} &= \frac{1}{2}\big[f(2) - f(3)\big],\\
&\dots\dots,\\
\frac{1}{(2n+1)(2n+3)} &= \frac{1}{2}\big[f(n) - f(n+1)\big],
\end{aligned}$$

tehát

$$S_n = \frac{1}{2}\big[f(0) - f(n+1)\big] = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2n+3}\right) = \frac{n+1}{2n+3},$$

és

$$\text{ha } \ n \to \infty, \ \text{ akkor } \ \lim S_n = \lim \frac{1 + \frac{1}{n}}{2 + \frac{3}{n}} = \frac{1}{2}.$$

Tóth Miklós (Premontrei g. VII. o. Gödöllő.)

II. Megoldás. Az S_n összeg kiszámítása – az előbbihez hasonló módon – végezhető azon alapon is, hogy

$$\frac{1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{n+1}{2n+1} - \frac{n+2}{2n+3}.$$

III. Megoldás. Az S_n összeg kiszámítását teljes indukcióval végezték:
Bálint Gy., Bluszt E. és Marosán Z., Csuri V., Donáth G. Frida V., Füstös I., Gáspár R., Gombos S., Orosz L., Holczer P., Kieweg F., Királyhídi Gy., Koch Irmgard, Krisztonosich J., Lázár G., Major L., Mandl B., Németh E., Pappert T., Szentmiklósi L., Szerényi L., Szkitsák R. és Szabó J., Tasnádi F., Weisz A., Zubek P.