Ha a 2) gyökei x_1 és x_2, akkor

(3) $$x_1 + x_2 = -p \ldots$$

(4) $$x_1 x_2 = q \ldots$$

Az 1) gyökei $x_1 + 1$ és $x_2 + 1$. Ezekre nézve pedig

(5) $$x_1 + 1 + x_2 + 1 = p^2 \ldots$$

(6) $$(x_1 + 1)(x_2 + 1) = pq \ldots$$

Eszerint 4 egyenletünk van [3)-6)] négy ismeretlen kiszámítására (x_1, x_2, p, q). A 3) és 4) alapján x_1-t és x_2-t kiküszöböljük az 5)-ből és 6)-ból:

(5a) $$-p + 2 = p^2, \quad \text{ill.} \quad p^2 + p - 2 = (p+2)(p-1) = 0 \ldots$$

(6a) $$-p + q + 1 = pq \quad \text{ill.} \quad pq + p - q - 1 = (p-1)(q+1) = 0 \ldots$$

A megoldások tehát ezek lesznek:

I. $p = 1$; ekkor q lehet bármely szám. Az így keletkező

$$x^2 + x + q = 0 \quad \text{gyökei} \quad x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - q}.$$

$x_1 + 1$ és $x_2 + 1$ kielégítik az $x^2 - x + q = 0$ egyenletet.

II. $p = -2$. Ekkor $q = -1$ és a 2) gyökei: $x = 1 \pm \sqrt{2}$, míg az 1) gyökei: $x = 2 \pm \sqrt{2}$.

Tornai Jenő (Kegyesrendi g. VI. o. Veszprém.)