1^0. Tegyük fel egyelőre, hogy $\sin x \neq 0$. Egyenletünket ekkor

$$\frac{1}{\sin x} - \frac{\cos x}{\sin x} - \sin x = 0, \text{ ill. } \frac{1 - \cos x - \sin^2 x}{\sin x} = 0.$$

alakban írjuk; ezen egyenletet az

$$1 - \cos x - \sin^2 x = 0 \text{ ill. } 1 - \cos x - (1 - \cos^2 x) = \cos x(\cos x - 1) = 0$$

egyenlet gyökei elégítik ki, tehát

$$\cos x = 0 \text{ azaz } x = (2k+1)\frac{\pi}{2} \text{ és } \cos x = 1, \text{ azaz } x = 2k\pi.$$

Azonban, ha $x = 2k\pi$, akkor $\sin x = 0$. Ezen megoldást, melyet egyelőre kizártunk, külön vizsgáljuk meg

Egyenletünk írható így is:

$$\frac{1 - \cos x}{\sin x} - \sin x = \frac{2\sin^2 \frac{x}{2}}{2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}} - \sin x = 2\mathrm{tg}\,\frac{x}{2} - \sin x = 0.$$

Ha már most $\sin x = 0$, akkor $\mathrm{tg}\,\frac{x}{2} = 0$.

Innen

$$\frac{x}{2} = k\pi, \quad x = 2k\pi.$$

Az adott egyenlet összes megoldásai eszerint: $x = (2k+1)\frac{\pi}{2}$,
$x = 2k\pi$, ahol k bármely egész szám, vagy zérus,

2^0. y görbéje metszi az X-tengelyt azon helyeken, ahol $y = 0$, tehát az $x = 2k\pi$ helyen is. Ha $k = 0$, $x = 0$, $y = 0$, tehát a görbe keresztülmegy az origón.

3^0. $y = \dfrac{1 - \cos x}{\sin x} - \sin x$ differenciálhányadosa

$$y' = \frac{\sin^2 x - (1 - \cos x)\cos x}{\sin^2 x} - \cos x = \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} - \cos x =$$

$$= \frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{4\sin^2\frac{x}{2}\cos^2\frac{x}{2}} - \cos x = \frac{1}{2\cos^2\frac{x}{2}} - \cos x.$$

Ha $x = 0$, $y' = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$.

$x = \frac{\pi}{2}$ helyen $\cos x = 0$ és $\cos\frac{x}{2} = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, tehát $2\cos^2\frac{x}{2} = 1$ és így

$$y' = 1.$$

Jegyzet. A megoldások jelentékeny részében nem méltatták kellő figyelemre, hogy $x = 0$ helyen

$$y = \frac{1}{\sin 0} - \mathrm{cotg}\,0 - \sin 0 = \infty - \infty.$$

azaz határozatlan. Ha figyelemmel vagyunk arra, hogy $\frac{1}{\sin x} = \mathrm{cosec}\,x$ és a szögfüggvények változását az egységsugarú körrel kapcsolatban vizsgáljuk, látni fogjuk, hogy ha x a zérushoz közeledik, akkor $\mathrm{cosec}\,x$ és $\mathrm{cotg}\,x$ értékei (átfogó és befogó) egymáshoz közelednek és $x = 0$ mellett egyenlőkké válnak. Tehát nincs szükség messzebbmenő apparátusokra, mint pl. L'Hôspitalszabályra vagy sorfejtésre.