I. Megoldás. Az ellipszisnek a főtengelyekre vonatkoztatott egyenlete

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1.$$

Az $A(a,o)$ pontban húzott árintő egyenlete: $x=a$.
A $P(x_0,y_0)$ ponthoz tartozó érintő egyenlete:

$$\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1.$$

Ezen egyenes az A pontban húzott érintőt oly Q pontban metszi, amelyre nézve

$$x=a,\quad y=\frac{b^2}{y_0}\cdot\frac{a-x_0}{a}.$$

Az OQ egyenes irányhatározója $m=\dfrac{y}{x}=\dfrac{b^2}{a^2}\cdot\dfrac{a-x_0}{y_0}$.
A B pont koordinátái: $(-a,0)$.
A BP egyenes irányhatározója: $m'=\dfrac{y_0}{a+x_0}$
$BP\parallel OQ$, ha $m=m'$, azaz, ha

$$\frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{a-x_0}{y_0}=\frac{y_0}{a+x_0},\quad\text{ill.}\quad\frac{a^2-x_0^2}{a^2}=\frac{y_0^2}{b^2}$$

tehát, ha

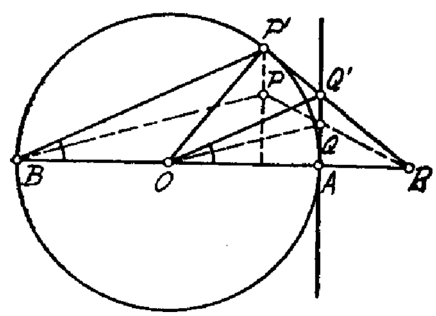
$$\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}=1.$$

Ez azonban igaz, mert P pont az ellipszisen fekszik, tehát (x_0,y_0) kielégítik az ellipszis egyenletét.

Kádár Géza (Dobó István g. VII. o. Eger).

II. Megoldás. Az $AB=2a$ átmérőjű kör P' pontjában húzott érintő az A ponthoz tartozó érintőt a Q' pontban metszi. Az OQ' egyenes felezi az $\widehat{AOP'}$ középponti szöget. Az $\widehat{ABP'}$ kerületi szög fele az $\widehat{AOP'}$ szögnek, azaz

$$\widehat{ABP'}=\widehat{AOQ'}\quad\text{és így}\quad BP'\parallel OQ'.$$



Ha már most a kört orthogonális affinitással ellipszissé transzformáljuk, $\dfrac{b}{a}$ karakterisztikának megfelelőleg, a kör-érintőkből ellipszis érintők lesznek.[1] A pontnak az A, B pontnak a B pont fog megfelelni, P'-nek P, Q'-nek Q. A transzformáció a párhuzamosságot nem változtatja meg, azaz párhuzamos egyenesek affin képei párhuzamos egyenesek és így $BP\parallel OQ$[1]. ($P'Q'$ és PQ az affinitás tengelyén, az R pontban metszik egymást.[1])

Komlós János (Gr. Széchenyi István gyakorló r. VII. o. Pécs).

[0]L. XI. évf. 241. o.