

I. Megoldás.

$$\begin{aligned} 2^{2n} + 15n - 1 &= 4^n + 15n - 1 = (3 + 1)^n + 15n - 1 = \\ &= \left[3^n + \binom{n}{1} 3^{n-1} + \dots + \binom{n}{n-2} 3^2 \right] + \binom{n}{n-1} 3 + 1 + 15n - 1 = \\ &3^2 \cdot M + 3n + 15n = 3^2 M + 18n = 9(M + 2n). \end{aligned}$$

Bodó Zalán (Szent-István g. VII. o. Bp. XIV.).

II. Megoldás. Tegyük fel, hogy

$$f(n) = 2^{2n} + 15n - 1 = 9k.$$

tehát

$$2^{2n} = 9k - 15n + 1.$$

Már most

$$\begin{aligned} f(n+1) &= 2^{2(n+1)} + 15(n+1) - 1 = \\ &= 4 \cdot 2^{2n} + 15n + 14 = 4(9k - 15n + 1) + 15n + 14 = \\ &= 36k - 45n + 18 = 9k. \end{aligned}$$

Ha tehát a tétel igaz n -re, igaz $(n+1)$ -re is.

Azonban, ha $n = 1$, $f(1) = 4 + 15 - 1 = 18$,

ha $n = 2$, $f(2) = 16 + 30 - 1 = 45$ s. í. t.

Mínt hogy a tétel igaz, ha $n = 1$, $n = 2$, tehát igaz, ha n bármely közöséges egész szám.

Jankovich István (Érseki g. VII. o. Bp. II.).