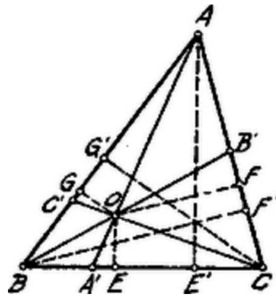
Legyen $OE \perp BC$ és $AE' \perp BC$, hasonlóan $OF \perp AC$ és $BF' \perp AC$, továbbá $OG \perp AB$ és $CG' \perp AB$.



Ismeretes tétel[1]: $\dfrac{OE}{AE'} + \dfrac{OF}{BF'} + \dfrac{OG}{CG'} = 1$.
Ha
$$\frac{OE}{AE'} = \alpha, \quad \frac{OF}{BF'} = \beta, \quad \frac{OG}{CG'} = \gamma$$
akkor, mivel $OA' : AA' = OE : AE'$
$$OA' = \frac{OE}{AE'} \cdot AA' = \alpha \cdot AA'.$$
Hasonlóan $OB' = \beta \cdot BB'$ és $OC' = \gamma \cdot CC'$.
Mármost, mivel $AA' \geq BB' \geq CC'$, nyilván
$$\alpha \cdot AA' + \beta \cdot BB' + \gamma \cdot CC' \leq \alpha \cdot AA' + \beta \cdot AA' + \gamma \cdot AA'$$
$$OA' + OB' + OC' \leq (\alpha + \beta + \gamma) AA'.$$
Minthogy $\alpha + \beta + \gamma = 1$, következik: $OA' + OB' + OC' < AA'$.

Q. e. d.

Az egyenlőségi jel csak akkor lehetséges, ha $AA' = BB' = CC'$.

E. P.

[1] L. II. évf. 1. o.