Láttuk már (pl. az 1300. feladatban, ezen évf. 8. számában[1]), hogy ha $a > 0$, akkor az

$$y = \sqrt{ax^2 + bx + c}, \quad \text{ill.} \quad y^2 - ax^2 - bx - c = 0$$

hiperbola aszimptotáinak egyenlete: $y = \pm\sqrt{a}\left(x + \frac{b}{2a}\right)$.

Ezt most úgy fogalmazhatjuk meg, hogy a

$$\sqrt{ax^2 + bx + c} \text{ kifejezés értéke közeledik a } \sqrt{a}\left(x + \frac{b}{2a}\right)$$

értékhez, ha $x \to +\infty$, ill. a

$$\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{a}\left(x + \frac{b}{2a}\right)$$

különbség határértéke zérus, ha $x \to +\infty$. Eszerint

$$\sqrt{x^2 + 4x + 1} = x + 2 + \varepsilon \quad \text{és} \quad \sqrt{4x^2 + 1} = 2x + \varepsilon',$$

ahol ε és ε' a zérushoz közelednek, ha $x \to +\infty$.

Minthogy

$$\sqrt{x^2 + 2x + 1} = x + 1,$$

a szóbanforgó kifejezés értéke, ha x elég nagy,

$$x + 1 + x + 2 + \varepsilon - 2x - \varepsilon' = 3 + \varepsilon - \varepsilon'.$$

Ha már most $x \to +\infty$, akkor $\varepsilon \to 0$ és $\varepsilon' \to 0$, tehát a kifejezés határértéke: 3.

Radovics György (Érseki rg. VII. o. Bp. II.)

[1] 1937/4. 246. old. – a szerk.