Ha egy háromszög oldalai mértani haladványt alkotnak, a haladvány hányadosa – aszerint amint a legkisebb vagy legnagyobb oldalból indulunk ki – az egységnél nagyobb vagy az egységnél kisebb; *e két érték egymásnak reciprokja.*

Feltehetjük tehát, hogy a haladvány hányadosa $q \geq 1$. (A $q=1$ határesetben szabályos háromszöggel van dolgunk). A háromszög oldalai: a, aq, aq^2. Annak a feltétele, hogy ezen három szám valóban háromszög oldalainak mérőszáma legyen:

$$aq^2 < aq + a \quad \text{ill.} \quad q^2 < q + 1 \quad \text{vagyis} \quad q^2 - q - 1 < 0.$$

Ezen egyenlőtlenség ki van elégítve, ha q értéke a

$$q^2 - q - 1 = 0$$

egyenlet gyökei között foglal helyet.[1] Ezen gyökök ellenkező előjelűek. A pozitív gyök

$$q_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Minthogy $q < q_1$, de az előbbiek szerint $q \geq 1$, a $q^2 - q - 1 < 0$ feltételt kielégítjük, ha

$$1 \leq q \leq \frac{\sqrt{5}+1}{2}.$$

Azonban, amint láttuk, q felveheti az itt megállapított közben levő értékek reciprokjait. Mivel pedig

$$\frac{2}{\sqrt{5}+1} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{5-1} = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

nyilván érvényes:

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} < q < \frac{\sqrt{5}+1}{2}.$$

Vásárhelyi Nagy Sándor (Kegyesrendi rg. VI. o. Sátoraljaújhely)

[1] $f(q) \equiv q^2 - q - 1$ a q-nak oly másodfokú függvénye, amelyben a négyzetes tag együtthatója pozitív és valós zérus helyei vannak. Az ilyen függvény a zérushelyek között negatív.