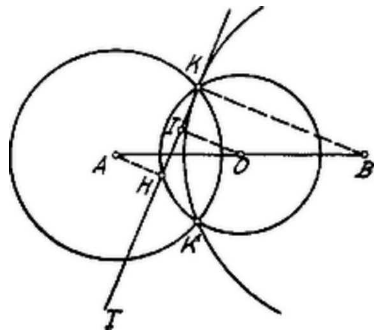
Az adott körök középpontjai legyenek $A$, $B$; metszéspontjaik $K$ és $K'$. Húzzunk a $K$ pontban $KT$ érintőt pl. a $(B)$ körhöz; ezen érintőn $K$ a $B$ középpont vetülete a $KT$-n, $A$ vetülete legyen $H$. Kimutatjuk, hogy $H$ azon körön fekszik, melynek középpontja az $AB$ felezőpontja $O$ és keresztülmegy a $K$, $K'$ pontokon.




Minthogy $AH$ és $BK$ merőlegesek $KT$-re, $AH \parallel BK$. Húzzunk $O$-pontból is merőlegest $KT$-re; ennek talppontja legyen $I$. Három párhuzamos egyenes két szelőjükön oly szeleteket létesít, melyeknek aránya egyenlő, azaz

$$HI : IK = AO : OB$$

tehát $HI = IK$. Eszerint az $OI$, mely merőleges $AK$-ra, ezt felezi. Ebből következik: $OH - OK$, azaz a $H$ pont azon körön fekszik, melynek középpontja $O$ és keresztülmegy a $K$ ponton.

Hasonlóan mutatható ki az $A$, $B$ pontok többi vetületéről, a $K$ ill. $K'$ pontban húzott bármelyik érintőn, hogy az előbb meghatározott $(O)$ körön feküsznek.

*Gálfi János* (Kossuth rg. VIII. o. Cegléd.)

**II. Megoldás.** Az $AHK$ és $BKH$ derékszögű háromszögekben

$$\overline{AH}^2 = \overline{AK}^2 - \overline{HK}^2 \quad \text{és} \quad \overline{BH}^2 = \overline{BK}^2 + \overline{HK}^2,$$

tehát

$$\overline{AH}^2 + \overline{BH}^2 = \overline{AK}^2 + \overline{BK}^2 = r_1^2 + r_2^2$$

ahol $AK = r_1$ és $Bk = r_2$ az $(A)$ ill. $(B)$ kör sugarai.

Az $AKB\,\Delta$-ben $KO$ súlyvonallal

$$\overline{AK}^2 + \overline{BK}^2 = 2\overline{KO}^2 + 2\overline{AO}^2.$$

Legyen $AB = 2d$, tehát

$$r_1^2 + r_2^2 = 2\overline{KO}^2 + 2d^2$$

és így

$$\overline{AH}^2 + \overline{BH}^2 = 2\overline{KO}^2 + 2d^2.$$

Ezen összefüggés azonban éppen azt fejezi ki, hogy a $H$ pont oly körön fekszik, melynek középpontja $O$ és sugara

$$KO = \sqrt{\frac{r_1^2 + r_2^2 - 2d^2}{2}}.$$