Ha a keresett számok x és y, akkor

$$x^2+y^2=148392=2^3\cdot 9^2\cdot 229,$$

ahol 229 törzsszám. x és y megegyező paritásúak. Azonban nem lehetnek páratlanok, mert két páratlan szám négyzetének összege csak 2^1-el osztható, 2^2-ével nem. Tehát mindakettő páros, de nem lehet mindakettő 2^2-ének többszöröse, mert négyzetük összege nem osztható 2^4-vel. De az sem lehet, hogy az egyik legyen 2^2, a másik 2^1 többszöröse, mert ha így lenne, akkor négyzetük összege 2^2-nek lenne többszöröse és nem 2^3-nak.

Ha x és y a 3-mal relatív prím, akkor négyzetük összege $3m+2$ alakú szám lenne. Kell tehát, hogy úgy x, mint y egyik törzstényezője 3 legyen. Mivel pedig

$$\left(\frac{x}{3}\right)^2+\left(\frac{y}{3}\right)^2=9m,$$

$\frac{x}{3}$ és $\frac{y}{3}$ is többszöröse 3-nak, tehát x és y többszörösei 9-nek. Eszerint

$$x=2\cdot 9a \quad \text{és} \quad y=2\cdot 9b, \quad a^2+b^2=2\cdot 229=458,$$

ahol a és b páratlan, relatív prímszámok. Páratlan számok négyzetében az egyesek helyén csak 1, 5, 9 állhat; minthogy két ilyen négyzetszám összegében az egyesek helyén 8 áll, mindakét négyzetszámban az egyesek helyén 9 áll, tehát a és b egyesei 3 vagy 7.

Azonban $a^2<458$ és $b^2<458$, így csak $3^2=9$, $13^2=169$, $7^2=49$ és $17^2=289$ jöhetnek figyelembe. ($23^2>458$). Valóban $17^2+13^2=458$.

A keresett számok: $2\cdot 9\cdot 13=234$ és $2\cdot 9\cdot 17=306$.

Sommer György és Grünfeld Sándor (Áll. Dobó István r. VI. o. Eger).