1^0. Az $ABC\,\Delta$ három magasságvonala egy M ponton megy keresztül és ezért Ceva tételével:

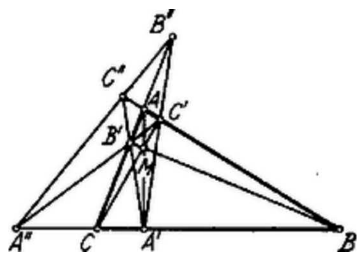
$$\frac{BA'}{CA'}\cdot\frac{CB'}{AB'}\cdot\frac{AC'}{BC'}=-1\ldots \tag{1}$$

Az $ABC\,\Delta$ minden oldalát metszi az $A''B'C'$ egyenes és így Menealos tétele szerint

$$\frac{BA''}{CA''}\cdot\frac{CB'}{AB'}\cdot\frac{AC'}{BC'}=+1\ldots \tag{2}$$

(1)-ből és (2)-ből keletkezik

$$\frac{BA''}{CA''}\cdot\frac{BA'}{CA'}=-1\ldots \tag{3}$$



Hasonlóan mutatható ki, hogy

$$\frac{CB''}{AB''}\cdot\frac{CB'}{AB'}=-1\ldots \tag{4}$$

$$\text{és}\quad \frac{AC''}{BC''}\cdot\frac{AC'}{BC'}=-1\ldots \tag{5}$$

A (3), (4), (5) megfelelő tagjainak szorzásával

$$\frac{BA''}{CA''}\cdot\frac{CB''}{AB''}\cdot\frac{AC'}{BC'}\cdot\frac{BA'}{CA'}\cdot\frac{CB'}{AB'}\cdot\frac{AC'}{BC'}=-1$$

és végül tekintettel (1)-re

$$\frac{BA''}{CA''}\cdot\frac{CB''}{AB''}\cdot\frac{AC'}{BC'}=1$$

azaz az A'', B'', C'' pontok egy egyenesen feküsznek.

2^0. Minthogy a $BC'B'C$ idom húrnégyszög, azért

$$\overline{A''B'}\cdot\overline{A''C'}=\overline{A''C}\cdot\overline{A''B}.$$

A baloldalon álló szorzat jelenti az A'' pontnak az $A'B'C'\,\Delta$ köré írt, a jobboldali szorzat pedig az $ABC\,\Delta$ köré írt körre vonatkozó hatványát, tehát az A'' pont hatványa a szóban forgó két körre nézve egyenlő. Ugyanez áll a B'' és C'' pontokra is. Eszerint az A'', B'', C'' pontok a két kör hatványvonalán feküsznek, azaz az $A''B''C''$ egyenes a két kör hatványvonala.

Nagy Elemér (Ciszterci Szent Imre g. VII. o. Bp. XI.)

Jegyzet. 1^0. Az $ABC\,\Delta$ és $A'B'C'\,\Delta$ megfelelő csúcsait összekötő egyenesek egy M ponton mennek keresztül; ebből következik, *Desargues* tétele szerint, hogy a megfelelő oldalak metszéspontjai egy egyenesen feküsznek.

2^0. Ha a tétel 2^0. részét mutatnánk ki előbb, akkor ezzel a tétel első része igazolva van.

Feladatunknak azonban az volt a célja, hogy az 1^0. részt a 2^0.-tól függetlenül oldjuk meg.