Egyenletünket

$$2\cos x3x = 2\sin 3x\cos 3x \quad \text{ill.} \quad \cos 3x(\sin 3x - \cos x) = 0$$

alakban írhatjuk. Már most lehetséges:

I. $\cos 3x = 0$, azaz $3\mathrm{x} = (2\mathrm{k}+1)\frac{\pi}{2}$ és $\mathrm{x} = (2\mathrm{k}+1)\frac{\pi}{6}$.

Azonban $0 < (2k+1)\frac{\pi}{6} < 2\pi$, vagyis $0 < 2k+1 < 12$

úgy, hogy

$$x = \frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{2},\ \frac{5\pi}{6},\ \frac{7\pi}{6},\ \frac{3\pi}{2},\ \frac{11\pi}{6}.$$

Ezek valóban megfelelnek.

II. $\sin 3x - \cos x = \sin 3x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0.$

Már most innen

a) $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$, tehát $x + \frac{\pi}{4} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$ és $x = (2k+1)\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$.

$$0 < x < 2\pi, \quad \text{ha} \quad k = 0 \quad \text{és} \quad k = 1, \quad \text{azaz} \quad x = \frac{\pi}{4} \quad \text{és} \quad \frac{5\pi}{4}.$$

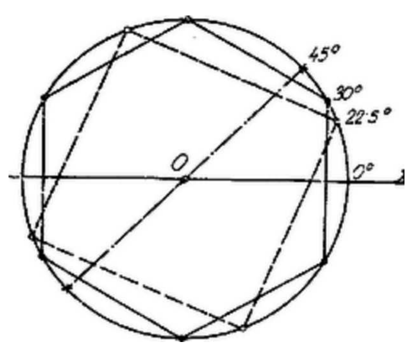
b) $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$, ha $2x - \frac{\pi}{4} = k\pi$, ill. $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$.

$$0 < x < 2\pi, \quad \text{ha} \quad k = 0,\ 1,\ 2,\ 3 \quad \text{azaz} \quad x = \frac{\pi}{8},\ \frac{5\pi}{8},\ \frac{9\pi}{8},\ \frac{13\pi}{8}.$$

Tésy Gabriella (Szent Margit leányg. VIII. o. Bp. XI.)

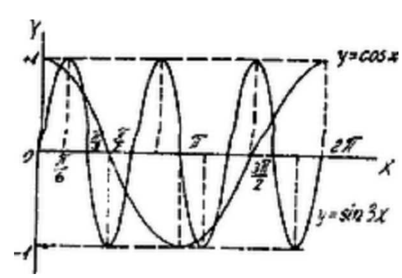
Jegyzet. a) Az egységsugarú kört az X tengelyen fekvő pontjából kiindulva osszuk fel 48 egyenlő részre.

Az I. csoportba tartozó megoldások a $\frac{2\pi}{48}$ nagyságú ívnek 4-, 12-, 20-, 28-, 36-, 44-szeresei. Ezen ívek végpontjai egy szabályos hatszög csúcsai amely a 0^0-nak megfelelő kezdőhelyzetből $4 \cdot \frac{2\pi}{48}$-nak megfelelő $30°$-ú ívvel van a pozitív irányban elforgatva. (A hatszög csúcsai pontokkal jelezve)



A II. b) csoporthoz tartozó megoldások a $\frac{2\pi}{48}$ mérőszámú ívnek 3-, 15-,27-, 39-szeresei. Ezen ívek végpontjai egy négyzet csúcsai, amely $0°$-nak megfelelő kezdő helyzetből $3 \cdot \frac{2\pi}{48}$-nak megfelelő $22{,}5^0$-kal van a pozitív irányból elforgatva. (A négyzet csúcsai kis körökkel jelezve!)

A II. a) csoporthoz tartozó megoldások egy átmérő végpontjai, a $\frac{2\pi}{48}$ mérőszámú ívnek 6- ill. 30– szorosához tartoznak. (Ezen pontok x jelzéssel bírnak.) Ezen átmérőt tehát a $0°$-hoz tartozó átmérőből $6 \cdot \frac{2\pi}{48}$-nak megfelelő $45°$ forgással nyerjük.



b) A $\sin 3x - \cos x = 0$ egyenlet megoldásait *grafikus úton megkapjuk, ha ábrázoljuk az*

$$y = \sin 3x \quad \text{és} \quad y = \cos x$$

görbéket, 0 és 2π között. A két görbe metszéspontjai, ill. a hozzájuk tartozó abcisszák megadják a $\sin 3x - \cos x = 0$ egyenlet megoldásait; amint látjuk, 6 metszéspontja van a két görbének.