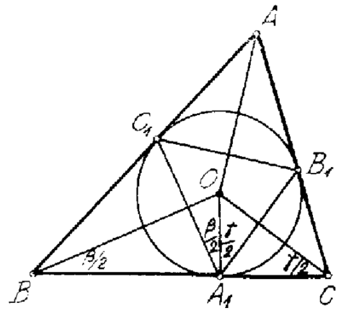
Minthogy $A_1B = C_1B$ és BO felezi a β szöget, $BO \perp A_1C_1$. Hasonlóan CO felezi a γ szöget és $CO \perp A_1B_1$. Így

$$B_1A_1C_1\sphericalangle = \alpha_1 = \frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{2} = \frac{\pi - \alpha}{2}.$$



Ugyanígy

$$\begin{aligned}
\alpha_2 &= \frac{\pi - \alpha_1}{2} = \frac{1}{2}\left(\pi - \frac{\pi - \alpha}{2}\right) = \frac{2\pi - \pi + \alpha}{4} \\
\alpha_3 &= \frac{\pi - \alpha_2}{2} = \frac{4\pi - 2\pi + \pi - \alpha}{8} \\
\alpha_4 &= \frac{\pi - \alpha_3}{2} = \frac{8\pi - 4\pi + 2\pi - \pi + \alpha}{16} \\
\alpha_{2n} &= \frac{(2^{2n-1} - 2^{2n-2} + \ldots + 2 - 1)\pi}{2^{2n}} + \frac{\alpha}{2^{2n}} \ldots 1) \\
\alpha_{2n+1} &= \frac{(2^{2n} - 2^{2n-1} + \ldots + 2^2 - 2 + 1)\pi}{2^{2n+1}} - \frac{\alpha}{2^{2n+1}} \ldots 2)
\end{aligned}$$

Már most[1]

$$\begin{aligned}
2^{2n-1} - 2^{2n-2} + \ldots + 2 - 1 &= -\big(1 - 2 + 2^2 - \ldots + 2^{2n-2} - 2^{2n-1}\big) = \\
&= -\frac{(-2)^{2n} - 1}{-2 - 1} = \frac{2^{2n} - 1}{3} \\
2^{2n} - 2^{2n-1} + \ldots + 2^2 - 2 + 1 &= 1 - 2 + 2^2 - \ldots - 2^{2n-1} + 2^{2n} = \\
&= \frac{(-2)^{2n+1} - 1}{-2 - 1} = \frac{2^{2n+1} + 1}{3}.
\end{aligned}$$

Eszerint $\quad \alpha_{2n} = \dfrac{\big(2^{2n} - 1\big)\pi}{3 \cdot 2^{2n}} + \dfrac{\alpha}{2^{2n}} \quad$ és $\quad \alpha_{2n+1} = \dfrac{\big(2^{2n+1} + 1\big)\pi}{3 \cdot 2^{2n+1}} + \dfrac{\alpha}{2^{2n+1}}.$

E két kifejezésnek közös alakot adhatunk úgy, hogy $2n$ ill. $2n+1$ helyett m-et írunk és ekkor

$$\alpha_m = \frac{2^m - (-1)^m}{3 \cdot 2^m}\pi + \frac{\alpha}{(-2)^m}.$$

Bluszt Ernő (Kossuth Lajos rg. VI. o. Pestszenterzsébet)

Jegyzet. Ha $m \to \infty$, akkor $\lim \alpha_m = \dfrac{\pi}{3}$, azaz az $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ ... $A_mB_mC_m$ háromszögek egyenlő oldalú háromszöghöz közelednek.

[1] Mértani haladvány, melynek hányadosa -2, a tagok száma $2n$; a következőben a tagok száma $2n+1$.