1^0. *A Dandelin*-féle hatszöget egy O pontból tetszőleges S síkra vetítve, a hatszög $A_i (i = 1,\ 2\ \dots\ 6)$ csúcsának vetülete legyen A'_i. Ezen vetület nem más, mint az OA_i egyenesnek az S síkkal való metszéspontja. Minthogy az A_1A_4, A_2A_5, A_3A_6 egyenesek egy P pontban találkoznak, azért az OA_4A_1, OA_2A_5, OA_3A_6 síkok egy egyenesben, az OP-ben metszik egymást. Ezen három síknak az S síkkal való metszésvonalai $A'_1A'_4$, $A'_2A'_5$, $A'_3A'_6$ ilyenformán egy P' ponton, azaz a P pontnak vetületén (OP és S metszéspontján) mennek keresztül, vagyis $A'_1A'_2A'_3A'_4A'_5A'_6$ valóban *Brianchon*-féle hatszög.

2^0. A *Dandelin*-féle hatszög

$$A_1A_2, \quad A_2A_3, \quad A_3A_4, \quad A_4A_5, \quad A_5A_6, \quad A_6A_1$$

oldalait messük a σ síkkal és a metszéspontok az oldalakkal legyenek rendre M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6. Ezen 6 pont által meghatározott egyenesvonalú síkidom egymásután következő oldalai,

t. i.

$$M_1M_2, \quad M_2M_3, \quad M_3M_4, \quad M_4M_5, \quad M_5M_6, \quad M_6M_1$$

rendre az $\quad A_1A_2A_3, \quad A_2A_3A_4, \quad A_3A_4A_5, \quad A_4A_5A_6, \quad A_5A_6A_1, \quad A_6A_1A_2$

síkokban foglalnak helyet és így a szemközti

$$M_1M_2, \quad M_4M_5; \quad M_2M_3, \quad M_5M_6; \quad M_3M_4, \quad M_6M_1$$

oldalpárok M_z, M_x, M_y metszéspontjai rendre a *Dandelin*-féle hatszög szemközti

$$A_1A_2A_3, \quad A_4A_5A_6; \quad A_2A_3A_4, \quad A_5A_6A_1; \quad A_3A_4A_5, \quad A_6A_1A_2$$

síkpárjainak z, x, y metszésvonalain vannak. Utóbbiak azonban egy π síkban feküsznek és így az M_z, M_x, M_y pontok valóban egy egyenesen, a π és σ síkok metszésvonalán helyezkednek el, azaz $M_1M_2M_3M_4M_5M_6$ valóban *Pascal*-féle hatszög!

Vajda József (Faludi Ferenc rg. VIII. o. Szombathely).

Megjegyzés. A *Dandelin*-féle torzhatszög segítségével a *Pascal* és *Brianchon* tételek új térgeometriai igazolását nyerjük a fentiek szerint, csak azt kell még belátnunk, hogy minden kúpszeletbe írt síkhatszöghöz található olyan *Dandelin*-féle torzhatszög, melynek síkhatszögünk a síkmetszete és hogy minden kúpszelet köré írt síkhatszöghöz található olyan *Dandelin*-féle torzhatszög, melynek síkhatszögünk centrális projekciója.

Az első állítás helyessége nyilvánvaló. Ugyanis minden kúpszeleten át végtelen sok egyköpenyű hiperboloid fektethető.[1] Kiválasztva egy ilyen hiperboloidot és hatszögünk 1., 3., és 5. szögpontján át az egyik, 2., 4., és 6. szögpontján át pedig a másik alkotóseregbeli alkotókat meghúzva, máris olyan *Dandelin* féle hatszöget kapunk, melynek kúpszeletbe írt hatszögünk a síkmetszete (azaz *Pascal*-féle hatszög).

Ami pedig a 2-ik állítást illeti, mindig végtelen sok olyan egyköpenyű hiperboloid adható meg (még adott O vetítési centrum mellett is), melynek egy adott kúpszelet a *képkontúrja* (vagyis melynek az adott kúpszelet *vetítőkúpja,* érintőkúpja).[2] Kiválasztva egy ilyen hiperboloidot, kúpszeletünk minden érintője vetülete lesz a hiperboloid egy első- és egy 2-ik alkotóseregbeli alkotójának is. Az érintőhatszög 1., 3. és 5. oldalához az egyik, 2., 4. és 6. oldalához pedig a másik alkotóseregből választva ki ezeket a megfelelő alkotókat olyan *Dandelin*-féle hatszöget kapunk, melynek érintőhatszögünk valóban a centrális projekciója (azaz *Brianchon*-féle hatszög).

Elek Tibor

[1]E hiperboloidok bármelyikét megadhatjuk pl. azáltal, hogy a kúpszelet 2 tetszőleges pontján át 2 tetszőleges kitérő egyenest húzunk. E két vezéregyenes a hiperboloid egyik alkotóseregének két alkotója lesz; a másik alkotósereg alkotóit úgy kapjuk, hogy a kúpszelet különböző pontjaiból ezekhez közös szelőket húzunk.

[2]E hiperboloidok bármelyikét megadhatjuk pl. azáltal, hogy a vetítőkúp 2 tetszőleges érintősíkjában 2 tetszőleges kitérő egyenest húzunk. E két *vezéregyenes* a hiperboloid egyik alkotóseregének két alkotója lesz; a másik alkotósereg alkotóit úgy kapjuk, hogy a kúp különböző érintősíkjaiban meghúzzuk ezek közös szelőit.