I. Megoldás. Ismeretes összefüggés: $k_c^2=\dfrac{a^2+b^2}{2}-\dfrac{c^2}{4}$.

Tegyük fel, hogy $k_c>c$, akkor

$$\frac{a^2+b^2}{2}-\frac{c^2}{4}>c^2 \quad \text{vagyis} \quad \frac{a^2+b^2}{2}>\frac{5c^2}{4}.$$

Ha $k_a>a$, akkor hasonlóan $\dfrac{b^2+c^2}{2}>\dfrac{5a^2}{4}$,

ha $k_b>b$, „ „ $\dfrac{c^2+a^2}{2}>\dfrac{5b^2}{4}$.

Eszerint, ha mindegyik súlyvonal nagyobb lenne a hozzátartozó oldalnál, akkor – a három egyenlőtlenség megtelelő tagjainak összeadásával

$$a^2+b^2+c^2>\frac{5}{4}(a^2+b^2+c^2)$$

lenne, azaz ellenmondásra jutunk. Kell tehát, hogy legalább egy súlyvonal kisebb legyen a hozzátartozó oldalnál.

NB. Hogy mindig van oly középvonal mely nagyobb a hozzátartozó oldalnál, nem áll meg, mert pl. az egyenlőoldalú háromszögben mindegyik kisebb az oldalnál.

Oroszhegyi Szabó Lajos (Kegyesrendi g. VIII. o. Bp).

II. Megoldás. A 702. gyakorlatban (VIII. évf. 216. o.) kimutattuk, hogy

$$k_a+k_b+k_c<a+b+c.$$

Ha

$$k_a\geq a, \quad k_b\geq b, \quad k_c\geq c,$$

akkor

$$k_a+k_b+k_c\geq a+b+c,$$

tehát idézett tételünkkel ellenmondásba jutnánk.

Kell tehát, hogy a három súlyvonal valamelyike kisebb legyen a hozzátartozó oldalnál.

Donáth Géza (Szent László rg. VII. o. Bp. X.)

Jegyzet. Mindkét megoldás számos változatban szerepel. Jelentékeny részük kimutatja, hogy a legnagyobb oldal mindig nagyobb, mint a hozzátartozó súlyvonal.