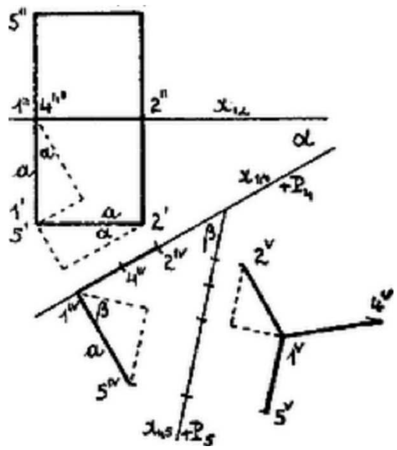
Legyen x_{12} és x_{14} szöge α, x_{14} és x_{45} szöge pedig β. A kocka élhossza a.



Az ábrából látható,

$$\text{(1)}\qquad \left.\begin{aligned} \text{hogy } \overline{12}^{\mathrm{IV}} &= a\cdot\cos\alpha \\ \text{és } \overline{14}^{\mathrm{IV}} &= a\cdot\sin\alpha \\ \text{míg } \overline{15}^{\mathrm{V}} &= a \end{aligned}\right\}$$

Hasonlóképen

$$\text{(2)}\qquad (\overline{12}^{\mathrm{V}})^2 = (\overline{12}^{\mathrm{IV}}\cos\beta)^2 + (a\cdot\sin\alpha)^2,$$

mivel az 1 és 2 pontok ötödik rendezőinek különbsége a transzformáció szabálya szerint az x_{14}-re vonatkoztatott első rendezők különbségével egyenlő.

$$\text{(3)}\qquad \left.\begin{aligned} \text{Továbbá}\ \ (\overline{14}^{\mathrm{V}})^2 &= (\overline{14}^{\mathrm{IV}}\cdot\cos\beta)^2 + (a\cos\alpha)^2 \\ \text{és}\qquad \overline{15}^{\mathrm{V}} &= \overline{15}^{\mathrm{IV}}\cdot\sin\beta \end{aligned}\right\}$$

Az 1), 2) és 3) egyenletekből:

$$\begin{aligned} (\overline{12}^{\mathrm{V}})^2 + (\overline{14}^{\mathrm{V}})^2 + (\overline{15}^{\mathrm{V}})^2 &= a^2\cos^2\alpha\cdot\cos^2\beta + a^2\sin^2\alpha + a^2\sin^2\alpha\cdot\cos^2\beta + \\ +a^2\cos^2\alpha + a^2\sin^2\beta &= a^2(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha) + a^2\cos^2\beta(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha) + a^2\sin^2\beta = \\ &= a^2 + a^2(\cos^2\beta + \sin^2\beta) \\ (\overline{12}^{\mathrm{V}})^2 + (\overline{14}^{\mathrm{V}})^2 + (\overline{15}^{\mathrm{V}})^2 &= 2a^2. \end{aligned}$$

Bizám György (Bolyai g. VII. r. o. Bp. V.)