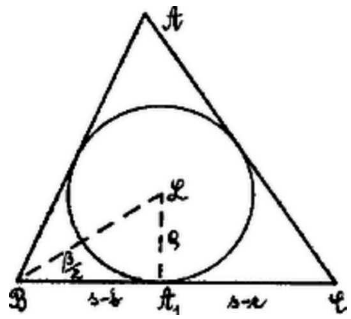
A háromszöget – helyzetétől eltekintve – meg tudjuk szerkeszteni. Ha u.i. a ϱ sugarú kör középpontja L és érintési pontja a $\overline{BC}$ oldalon A_1, akkor

$$A_1B=\frac{\varrho}{\operatorname{tg}\dfrac{\beta}{2}}=\sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}}:\sqrt{\frac{(s-a)(s-c)}{s(s-b)}}.$$

$\overline{A_1B}=s-b\ldots\qquad 1)$

Hasonlóképen $\overline{A_1C}=s-c$.



E két távolságot a következő összefüggésekből kapjuk meg:

$$(s-b)\cdot(s-c)=\frac{s(s-a)(s-b)(s-c)}{s(s-a)}=\frac{t^2}{s(s-a)}=\frac{t}{s}\cdot\frac{t}{s-a}=\varrho\cdot\varrho_a$$

$$\left|\begin{array}{rl}(s-b)(s-c)&=\varrho\cdot\varrho_a\\(s-c)-(s-b)&=(b-c)\end{array}\right|\begin{array}{l}2)\\3)\end{array}$$

Ha azonban két távolság szorzatát és különbségét ismerjük, e távolságokat meg is tudjuk szerkeszteni.

Először megszerkesztjük $\sqrt{(s-b)(s-c)}=\sqrt{\varrho\cdot\varrho_a}$-t.

Azután olyan derékszögű háromszöget szerkesztünk, melynek $\sqrt{\varrho\cdot\varrho_a}$ az egyik és $\dfrac{b-c}{2}$ a másik befogója. Az átfogó $r=\dfrac{a}{2}$ és

$$r-\frac{b-c}{2}=s-b,\quad r+\frac{b-c}{2}=s-c.$$

A keresett térbeli háromszög síkja egy olyan kúp érintősíkja, melynek csúcsa A, tengelye az adott síkra merőleges és alkotójának hossza az $ABC\triangle$ m_a magassága.

Bizám György (Bolyai g. VII. r. o. Bp. V.)