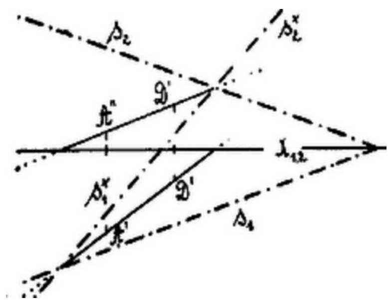
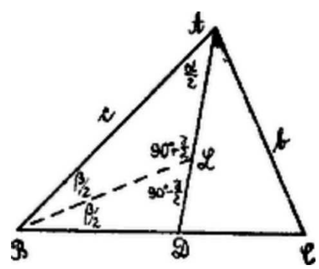


Ha a háromszög síkja mindkét képsíkkal egyenlő szöget zár be, akkor a sík merőleges az egyik szögfelező síkra. Így a nyomvonalak az AD egyenes nyompontjain át könnyen megszerkeszthetők. A síkot egyik nyomvonala körül a képsíkba forgatva kell először a háromszöget megszerkeszteni.



Legyen a ϱ sugarú kör középpontja L, akkor

$$c : \sin\left(90^\circ + \frac{\gamma}{2}\right) = \overline{AL} : \sin\frac{\beta}{2},$$

(1) $$\overline{AL} = c\frac{\sin\dfrac{\beta}{2}}{\sin\left(90^\circ + \dfrac{\gamma}{2}\right)} = c\frac{\sin\dfrac{\beta}{2}}{\cos\dfrac{\gamma}{2}}.$$

Másrészt

$$\overline{BD} : \sin\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right) = \overline{DL} : \sin\frac{\beta}{2},$$

(2) $$\overline{DL} = \overline{BD}\frac{\sin\dfrac{\beta}{2}}{\sin\left(90^\circ - \dfrac{\gamma}{2}\right)} = \overline{BD}\frac{\sin\dfrac{\beta}{2}}{\cos\dfrac{\gamma}{2}}.$$

Ámde

$$\overline{BD} : \overline{CD} = c : b \quad \text{és} \quad \overline{BD} : a = c : (b+c),$$

(3) $$BD = \frac{a \cdot c}{b+c}.$$

2) és 3)-ból

(4) $$DL = \frac{ac}{b+c} \cdot \frac{\sin\dfrac{\beta}{2}}{\cos\dfrac{\gamma}{2}}.$$

1) és 4)-ből

$$\overline{AL} : \overline{DL} = c\frac{\sin\dfrac{\beta}{2}}{\cos\dfrac{\gamma}{2}} : \frac{ac}{b+c} \cdot \frac{\sin\dfrac{\beta}{2}}{\cos\dfrac{\gamma}{2}}.$$

(5) $$\overline{AL} : \overline{DL} = (b+c) : a.$$

Ezen aránypár második része azonban a sugarakból is nyerhető:

$$\left.\begin{aligned}\varrho &= \frac{t}{s} \\ \varrho_a &= \frac{t}{s-a}\end{aligned}\right\}\pm \quad \begin{aligned}\varrho+\varrho_a &= \frac{t}{s}+\frac{t}{s-a}=\frac{t(2s-a)}{s(s-a)}=\frac{t(b+c)}{s(s-a)}, \\ \varrho_a-\varrho &= \frac{t}{s-a}-\frac{t}{s}=\frac{t\cdot a}{s(s-a)}.\end{aligned}$$

A két egyenletből

$$(\varrho_a+\varrho):(\varrho_a-\varrho)=(b+c):a. \tag{6}$$

Így tehát

$$\overline{AL}:\overline{DL}=(\varrho_a+\varrho):(\varrho_a-\varrho).$$

Ezen arány szerint az $\overline{AD}$ távolságot felosztva, megkapjuk a háromszöget belülről érintő kör középpontját. E körhöz A-ból és D-ből érintőket húzva, nyerjük a keresett háromszöget.

A feladatnak négy megoldása van.

Bizám György (Bolyai g. VII. r. o. Budapest, V.).