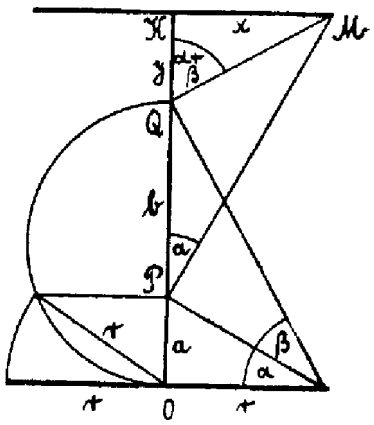
Messük a kúpokat az $[APQ]$ síkkal. Legyen e síkban lévő és az alkotókra merőleges egyenesek metszéspontja M és ennek PQ-ra való vetülete K. Mivel a merőleges szárú szögek egyenlők, ezért $OAP\sphericalangle = MPK\sphericalangle = \alpha$ és $OAQ\sphericalangle = MQK\sphericalangle = \alpha + \beta$.



Ebből következik, hogy $AOP\triangle \sim KPM\triangle$ és $AOQ\triangle \sim KQM\triangle$. Tehát

$$\begin{array}{l|l|l} a : r = x : (y+b) & xr = ay + ab & \\ (a+b) : r = x : y & xr = ay + by & y = a \end{array}$$

$$x \cdot r = a^2 + ab$$

$$x = \frac{a(a+b)}{\sqrt{a(a+b)}} = \sqrt{a(a+b)} \qquad x = r$$

Az M pontok mértani helye tehát olyan kör, melynek síkja párhuzamos S-el, középpontja K az OPQ egyenesen van Q-tól a távolságra és sugara az adott r-el egyenlő.

A $|PA|$ és $|QA|$ egyenesekre merőleges egyenesek azonban nincsenek mind bent a PQA síkban, hanem e síkra merőleges síkokban. Így tehát e két sík metszésvonala m és M-re illeszkedik és merőleges a $[PQA]$ síkra, vagyis m a talált kör érintője. m-nek bármely pontját P és Q-val összekötve a $|PA|$, illetőleg $|PB|$ egyenesekre merőleges egyeneseket kapunk.

A keresett mértani hely tehát a nyert kör síkjának mindazon pontja, amely nincs a körön belül.

Ha P és Q az O két különböző oldalán vannak, az csak a távolsági viszonyokon változtat.

Bizám György (Bolyai g. VII. r. o. Budapest.)