Oldassék meg a következő egyenletrendszer:

$$x^4y^2 + x^2y^4 + z^4 = a^2 \tag{1}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = a \tag{2}$$

$$xyz = b \tag{3}$$

Az 1) alatti egyenlet a következő alakra hozható:

$$x^2y^2(x^2 + y^2) = (a + z^2)(a - z^2) \tag{4}$$

A 2) alatti pedig a következőre

$$x^2 + y^2 = a - z^2 \tag{5}$$

Ezek összehasonlításából folyik a következő:

$$x^2y^2 = a + z^2; \tag{6}$$

ebből és a 3)-ból kiküszöbölve xy-t, a következő egyenletet kapjuk:

$$z^4 + az^2 - b^2 = 0; \tag{7}$$

he ennek gyökeit z_1^2 és z_2^2-tel jelöljük, x^2 és y^2 a következő másodfokú egyenletek

$$u^2 - (a - z_1^2)u + (a + z_1^2) = 0 \tag{8}$$

$$u^2 - (a - z_2^2)u + (a + z_2^2) = 0 \tag{9}$$

gyökeiként nyeretnek.

A feladatot megoldották: Friedmann Bernát, fg. VI. S. A. Ujhely; ifj. Imre János, fg. VIII. Nyíregyháza.

Jegyzet. Ifjú munkatársaink megoldása helyes ugyan, de nem t e l j e s. Ha ugyanis a 2) és 3) alatti egyenletekből kiszámítjuk x^2y^2 és $x^2 + y^2$ értékeit és ezeket az 1)-be helyettesítjük, a következő egyenletet kapjuk:

$$\frac{b^2}{z^2}(a - z^2) + z^4 - a^2 = 0,$$

mely rendezve a következő alakot ölti

$$z^6 - (a^2 + b^2)z^2 + ab^2 = 0.$$

Minthogy ez még a következő alakban is írható:

$$(z^2 - a)(z^4 + az^2 - b^2) = 0,$$

látjuk, hogy ez utóbbi egyenlet a 7) alattin kívül még a következőt tartalmazza

$$z^2 - a = 0.$$

A z^2-nek ezen értéke mellett a hozzátartozó x^2 és y^2 értékeket az

$$x^2 + y^2 = 0, \quad x^2y^2 = \frac{b^2}{a}$$

egyenletek szolgáltatják.