Mindenekelőtt kifejezendő, hogy az ellipszis középpontja az x-tengelyen fekszik. Legyen az ellipszis általános egyenlete:

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0,$$

akkor a középpont koordinátáit a következő egyenletrendszer gyökei szolgáltatják:

$$A\xi + B\eta + D = 0,$$

$$B\xi + C\eta + E = 0,$$

hogy ezen egyenleteket kielégítse az $\eta = 0$ megoldás, kell, hogy az

$$A\xi + D = 0$$

$$B\xi + E = 0$$

egyenletnek közös gyöke legyen. Ennek feltétele a következő

$$AE - BD = 0 \tag{1}$$

A további fejtegetések eszközlésére toljuk el a koordinátarendszer tengelyeit az eredeti helyzetökkel párhuzamos helyzetbe, s vigyük a koordinátarendszer kezdőpontját az ellipszis középpontjába. Az egyenlet ekkor a következő alakot ölti:

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + G = 0 \tag{2}$$

Írjunk le az ellipszisnek az x tengelybe eső átmérője felett kört. E körnek egyenlete, minthogy a félátmérő hosszának négyzete

$$-\frac{A}{G}$$

a következő

$$A(x^2 + y^2) + G = 0 \tag{3}$$

Ha az 1)-ből levonom 2)-t, oly kúpszelet egyenletét kapom, mely az ellipszis és kör metszéspontjain megy keresztül. Ennek egyenlete a következő lesz:

$$y[(C - A)y + 2Bx] = 0$$

Ezen egyenlet egyenespárt ábrázol, melynek egyedeit a következő egyenletek adják

$$y = 0 \tag{4}$$

$$(A - C)y - 2Bx = 0 \tag{5}$$

Már most csak annak feltételét kell levezetnünk, hogy a 4) és 5) alatti egyenesek kapcsolt átmérőpárt jelentenek. Hogy az

$$y = kx$$

$$y = k'x$$

egyenesek a 2) által ábrázolt ellipszis kapcsolt átmérőit jelentsék, kell, hogy

$$A + B(k + k') + Ckk' = 0 \tag{6}$$

Ezen feltételt a 4) és 5)-re alkalmazva, a következő eredményt nyerjük:

$$2B^2 + (A - C)A = 0;$$

ezt egybevetve az 1) alatti feltétellel, kapjuk az együtthatók közt fennálló feltételekül a következőket:

$$\frac{C - A}{2B} = \frac{B}{A} = \frac{E}{D} \tag{7}$$