

Legyen $OA = \alpha$, $OB = \beta$, $BM = a$, $MA = b$.

Az M pont által leírt ellipszis egyenlete az xOy ferdeszögű tengelyrendszerre vonatkoztatva.

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \omega + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0. \quad 1)$$

Az ellipszis normálisának egyenlete az $M(x_0, y_0)$ pontban:

$$\frac{x - x_0}{X - Y \cos \omega} = \frac{y - y_0}{Y - X \cos \omega} \quad 2)$$

hol

$$X = \frac{2x}{a^2} - \frac{2y \cos \omega}{ab}$$

$$Y = \frac{2y}{b^2} - \frac{2x \cos \omega}{ab}$$

A 2) alatti egyenlet még a következő alakra hozható:

$$\frac{x + y \cos \omega - (x_0 + y_0 \cos \omega)}{X} = \frac{x \cos \omega + y_0 - (x_0 \cos \omega + y_0)}{Y}.$$

De az M pont koordinátái

$$x_0 = \frac{a\alpha}{a+b} \quad y_0 = \frac{b\beta}{a+b}$$

és így az ellipszis normálisának egyenlete a következő alakot nyeri:

$$\frac{x + y \cos \omega - \frac{1}{a+b}(a\alpha + b\beta \cos \omega)}{\frac{1}{a}(\alpha - \beta \cos \omega)} = \frac{x \cos \omega + y - \frac{1}{a+b}(a\alpha \cos \omega + b\beta)}{\frac{1}{b}(\beta - \alpha \cos \omega)}.$$

mely még a következő alakban is írható:

$$\frac{a(x + y \cos \omega - \alpha) + \frac{ab}{a+b}(\alpha - \beta \cos \omega)}{\alpha - \beta \cos \omega} = \frac{b(x \cos \omega + y - \beta) + \frac{ab}{a+b}(\beta - \alpha \cos \omega)}{\beta - \alpha \cos \omega}.$$

Ez végre könnyen belátható egyszerűsítés után a következő alakú lesz:

$$\frac{a(x + y \cos \omega - \alpha)}{\alpha - \beta \cos \omega} = \frac{b(x \cos \omega + y - \beta)}{\beta - \alpha \cos \omega} \quad 3)$$

A normális 3) alatti egyenletéből világos, hogy az keresztül megy az

$$x + y \cos \omega - \alpha = 0$$

$$y + x \cos \omega - \beta = 0$$

egyenletű egyenesek metszéspontján.

De ez egyenesek nem egyebek, mint az x és y tengelyekre az A és B pontokban emelt merőlegesek és ezzel a feladatban foglalt kijelentés be van bizonyítva.