

Ha a  $CM$  és  $CN$  egyenesek antiparallelek, akkor a következő relációt elégítik ki:

$$OM \cdot ON = OC^2. \quad 1)$$

Jelöljük  $OC$ -t  $c$ -vel és  $OM$ -et  $m$ -mel, ekkor az előbbi összefüggés alapján

$$ON = \frac{c^2}{m}$$

A kör egyenlete az  $xOy$  ferdeszögű tengelyrendszerre vonatkoztatva:

$$x^2 + 2xy \cos \omega + y^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$$

hol  $\omega = xOy \sphericalangle$ .

Mint hogy az  $x$  tengely a kérdéses kört  $M$  és  $N$  pontokban metszi, ezek koordinátái  $(m, 0)$  és  $\left(\frac{c^2}{m}, 0\right)$  kielégítik a kör egyenletét, vagyis az

$$x^2 + 2Dx + F = 0$$

egyenlet gyökei  $m$  és  $\frac{c^2}{m}$ ; tehát

$$2D = -\left(m + \frac{c^2}{m}\right), \quad F = c^2$$

Hasonlóképpen az

$$y^2 + 2Ey + c^2 = 0$$

egyenlet egyik gyöke  $c$ , miből rögtön következik, hogy a második is  $c$  és ennélfogva

$$2E = -2c;$$

a keresett kör egyenlete tehát

$$x^2 + 2xy \cos \omega + y^2 - \left(m + \frac{c^2}{m}\right)x - 2cy + c^2 = 0 \quad 2)$$

Ezen egyenlet oly kört ábrázol, mely az  $y$  tengelyt  $C$  pontban érinti, a mi különben az 1) alatti reláció folyamánya.

Ha  $OA$ -t  $a$ -val,  $OB$ -t  $b$ -vel jeleljük, az

$$AM = -BN$$

feltétel a következő alakot nyeri:

$$m - a = b - \frac{c^2}{m}$$

vagy

$$m + \frac{c^2}{m} = a + b$$

A feladat tehát arra redukálódik: Szerkesszünk két egyenest  $m$ -et és  $n$ -et, melyeknek összege  $a + b$  és mértani közép-arányosa  $c$ . A megoldás csak akkor lehetséges, ha

$$(a + b)^2 - 4c^2 \geq 0.$$

A szerkesztés különben a következő. Az  $a + b$  egyenes mint átmérő felett félkört alakítok és ezt átvágom egy az  $a + b$ -vel párhuzamos és tőle  $c$  távolságra fekvő egyenessel. A metszéspontok bármelyikéből merőlegest húzva az  $a + b$ -re, ennek talppontja azt  $m$  és  $n$  részekre osztja.

A 2) alatti kör egyenlete akkor a következő alakot nyeri:

$$x^2 + 2xy \cos \omega + y^2 - (a + b)x - 2cy + c^2 = 0.$$