1^0. N-nek minden osztója a következő alakú

$$a^m\, b^n\, c^p,$$

hol az m, n és p kitevők, melyek zérussal is lehetnek egyenlők legfeljebb α, β és γ-val egyenlők rendre.

Hogy felírhassuk N-nek minden osztóját, elegendő, ha m-nek minden értéket tulajdonítunk 0-tól α-ig, n-nek minden értéket 0-tól β-ig és p-nek minden értéket 0-tól γ-ig. Más szavakkal, a kérdéses osztók a következő szorzat egyes tagjai által advák:

$$(1+a+a^2+\cdots+a^\alpha)\,(1+b+b^2+\cdots+b^\beta)\,(1+c+c^2+\cdots+c^\gamma)$$

2^0. Az osztók száma egyenlő az előbbi szorzat tagjainak számával, az

$$(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)$$

-gyel.

3^0. Legyen d és d_1 két osztó, melyek a végektől egyenlő távolságra vannak. Azt állítom, hogy

$$d=\frac{N}{d_1}$$

feltevés szerint 1 és d meg d_1 és N között egyenlő számos osztója van N-nek. Ha tehát elosztom N-et a d_1-től N-ig terjedő osztók sorozatával, $\frac{N}{d_1}$-től $\frac{N}{N}=1$ -ig terjedő és csökkenő sorozatát nyerem az N osztóinak. De ezek növekedő sorba rendezve ugyanazon számmal kezdődnek és ugyanannyi taggal bírnak, mint az 1-től d-ig terjedő sorozat, s így tehát $\frac{N}{d_1}$-nek okvetlenül egyenlőnek kell lennie d-vel, vagyis

$$dd_1=N$$

4^0. Az előbbiekből következik, hogy N minden osztója a következő alakú

$$\frac{N}{d_1},$$

hol d_1 az N osztóinak valamelyike.

Ha szorozzuk tehát az összes osztókat egymással e szorzat a következő alakot ölti:

$$P=\frac{N^{(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)}}{P}$$

vagyis

$$P=\frac{N^{(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)}}{2}$$

Alkalmazás. Ha $N=630=2\times3^2\times5\times7$, az N osztói ekkor $1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 10,\ 14,\ 15,\ 18,\ 21,\ 30,\ 35,\ 42,\ 45,\ 63,\ 70,\ 90,\ 10$ és 630; számuk

$$(1+1)(2+1)(1+1)(1+1)=24$$

és szorzatuk

$$630^{12}=3\,909\,188\,328\,478\,827\,879\,681\cdot10^{12}$$