Legyen a kúpszelet legáltalánosabb egyenlete:

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0 \tag{1}$$

A MN egyenes egy tetszés szerinti pontjának L-nek coordinátái:

$$\frac{x_0 + \lambda x'}{1+\lambda}, \ \frac{y_0 + \lambda y'}{1+\lambda}$$

és hogy L a kúpszeleten feküdjék, kell, hogy coordinátái az 1)-be helyettesítve, azt azonosan kielégítsék. Elvégezve a helyettesítést és az egyenletet λ fogyó hatványai szerint rendezve, ez a következő alakot nyeri:

$$P\lambda^2 + 2Q\lambda + R = 0 \tag{2}$$

hol

$$P = Ax'^2 + 2Bx'y' + Cy'^2 + 2Dx'^2 + 2Ey' + F$$
$$Q = (Ax_0 + By_0 + D)x' + (Bx_0 + Cy_0 + E)y' + (Dx_0 + Ey_0 + F)$$
$$R = Ax_0^2 + Bx_0y_0 + Cy_0^2 + 2Dx_0 + 2Ey_0 + F$$

Hogy az MN egyenes a kúpszeletet két egybeeső pontban messe, kell, hogy a 2)-nek két egyenlő gyöke legyen. Ennek feltétele:

$$Q^2 - PR = 0 \tag{3}$$

mely egyszersmind a keresett mértani hely egyenlete.

Ha ezt x' és y' szerint rendezzük, kapjuk a következőt:

$$ax'^2 + 2bx'y' + cy'^2 + 2dx' + 2ey' + f = 0 \tag{4}$$

hol

$$a = \alpha^2 - RA, \quad b = \alpha\beta - RB, \quad c = \beta^2 - RC$$
$$d = \alpha\gamma - RD, \quad e = \beta\gamma - RE, \quad f = \gamma^2 - RF$$

mikor is

$$\alpha = Ax_0 + By_0 + D$$
$$\beta = Bx_0 + Cy_0 + E$$
$$\gamma = Dx_0 + Ey_0 + F$$

A 4) alatti egyenlet együtthatóinak részletes alakja

$$a = (B^2 - AC)y_0^2 + 2(BD - AD)y_0 + (D^2 - AF)$$
$$b = (AC - B^2)x_0y_0 + (AE - BD)x_0 + (CD - BE)y_0 + (DE - BF)$$
$$c = (B^2 - AC)x_0^2 + 2(BE - CD)x_0 + (E^2 - CF)$$
$$d = (AE - BD)x_0y_0 + (BE - CD)y_0^2 + (AF - D^2)x_0 + (BF - DE)y_0$$
$$e = (BD - AE)x_0^2 + (CD - BE)x_0y_0 + (BF - DE)x_0 + (CF - E^2)y_0$$
$$f = (D^2 - AF)x_0^2 + 2(DE - BF)x_0y_0 + (E^2 - CF)y_0^2$$

míg ez utóbbi még a következő alakban is írható:

$$(ax' + by' + d)x' + (bx' + cy' + e)y' + (dx' + ey' + f) = 0 \tag{5}$$

Ha ebbe az egyenletbe x' és y' helyébe

$$x + x_0 \,\text{és}\, y + y_0$$

íratik, vagyis a coordinátarendszert önmagával párhuzamosan eltolom, míg kezdőpontja az $M(x_0, y_0)$ pontba esik, az 5) a következő alakot nyeri:

$$(ax^2 + 2bxy + c^2 + 2ax_0 + by_0 + d)x + 2(bx_0 + cy_0 + c)y +$$
$$+(ax_0 + by_0 + d)x_0 + (bx_0 + cy_0 + e)y_0 + (dx_0 + ey_0 + f) = 0 \tag{6}$$

Az $a,\ b,\ c,\ d,\ e$ és f részletes értékeinek belehelyettesítése mellett a következő egyenletek:

$$ax_0 + by_0 + d = 0$$
$$bx_0 + cy_0 + e = 0 \tag{7}$$
$$dx_0 + cy_0 + f = 0$$

identikusan ki vannak elégítve s a 6) végre a következő egyszerű alakot nyeri:

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 = 0 \tag{8}$$

melyből közvetlenül látható, hogy egyenespár egyenlete, mert x- és y-tól független tagot nem tartalmaz.