Tegyük fel, hogy $n = 2$. Ekkor

$$2\cos 2\vartheta = 2\cos^2\vartheta - 2\sin^2\vartheta$$

$$2\cos 2\vartheta = 4\cos^2\vartheta - 2$$

$$2\cos 2\vartheta = \left(u + \frac{1}{u}\right)^2 - 2$$

$$2\cos 2\vartheta = u^2 + 2 + \frac{1}{u^2} - 2$$

$$2\cos 2\vartheta = u^2 + \frac{1}{u^2}$$

Állításunk tehát helyes, ha $n = 2$; hogy általános érvényességét bebizonyíthassuk minden egész számra nézve, csak azt kell kimutatnunk, hogy érvényes marad $n + 1$-re, ha érvényes volt n-re. Vagyis igaz, hogy

$$2\cos(n+1)\vartheta = u^{n+1} + \frac{1}{u^{n+1}},$$

ha igaz volt, hogy

$$2\cos n\vartheta = u^n + \frac{1}{u^n}$$

De

$$\cos(n+1)\vartheta = \cos n\vartheta \cos\vartheta - \sin n\vartheta \sin\vartheta$$

Továbbá

$$\sin\vartheta = \sqrt{1 - \cos 2\vartheta} = \frac{1}{2}\sqrt{4 - u^2 - \frac{1}{u^2} - 2} =$$

$$= \frac{1}{2}\left(u - \frac{1}{u}\right)\sqrt{-1}.$$

Hasonlóképpen

$$\sin n\vartheta = \frac{1}{2}\left(u^n - \frac{1}{u^n}\right)\sqrt{-1}.$$

Tehát

$$\cos(n+1)\vartheta = \frac{1}{4}\left(u^n + \frac{1}{u^n}\right)\left(u + \frac{1}{u}\right) +$$

$$+ \frac{1}{4}\left(u^n - \frac{1}{u^n}\right)\left(u - \frac{1}{u}\right)$$

Egyszerűsítve az utóbbi egyenletet, kapjuk a következőt:

$$\cos(n+1)\vartheta = \frac{1}{2}\left(u^{n+1} + \frac{1}{u^{n+1}}\right),$$

mely tételünket igazolja.