

Legyen l a kazán hossza, x és y rendre a henger átmérője és magassága. A kazán térfogata

$$V = \pi \left(\frac{x}{2} \right)^2 y + \frac{1}{6} \pi x^3$$

Vagy minthogy $y = l - x$

$$V = \frac{\pi x^2}{12} (3l - x)$$

Hogy a V maximumát meghatározhassuk, elegendő az

$$x^2(3l - x)$$

kifejezés maximumát meghatározni. De e kifejezésnek a következő alakja van

$$x^p y^q$$

hol $y = 3l - x$, $p = 2$, $q = 1$ és $x + y = 3l$

De az $x^p y^q$ kifejezésnek maximumát, ha $x + y = 3l = \text{állandó}$, akkor kapom, ha

$$\frac{x}{p} = \frac{y^*}{q}$$

azaz a jelen esetben, ha

$$\frac{x}{2} = \frac{3l - x}{1}$$

vagyis ha $x = 2l$.

Ha tehát x a 0-tól $2l$ -ig növekedik, V is a 0-tól a $\frac{\pi l^3}{3}$ -ig növekedik és itt maximumát éri el. Csakhogy x -nek legnagyobb értéke a feladat értelmében legfeljebb l lehet, s így V az abszolút maximumot sohasem éri el; mindamelllett a $V = \frac{\pi l^2}{6}$ érték a relatív legnagyobb érték, melyet az adott körülmények mellett elérhet. Ekkor a kazán gömbalakú lesz.

★) Lásd a "Középiskolai Math. Lapok" első évfolyamában a 44. oldalon a III. Theorémát.