

Ha  $x$  a háromszög középső oldalának mérőszáma és  $y$  a számtani haladvány *külömbisége*, az oldalak, illetőleg a terület rendre a következők:

$$x - y, x, x + y, x + 2y.$$

A terület kifejezve az oldalak által a következő:

$$\sqrt{\frac{3x^2(x+2y)(x-2y)}{16}}$$

és a feltevés értelmében

$$x + 2y = \sqrt{\frac{3x^2(x+2y)(x-2y)}{16}}$$

vagy

$$(x + 2y)^2 = \frac{3x^2(x+2y)(x-2y)}{16}$$

Mint hogy  $x + 2y > 0$ , mert  $x > 0$  és  $y > 0$ , az utóbbi egyenlet mindkét oldala osztható  $x + 2y$ -nal. Lesz tehát az utóbbi:

$$x + 2y = \frac{3x^2(x-2y)}{16}$$

miből

$$y = \frac{3x^3 - 16x}{2(3x^2 + 16)} \quad 1)$$

Hogy  $y$  egész szám lehessen, kell, hogy tört alakjában a számláló páros legyen, mert a nevező is páros. De a számláló csak úgy lehet páros, ha maga az  $x$  is páros. Írhatjuk tehát, hogy

$$x = 2z.$$

Ezen értéket az 1)-be helyettesítve, nyerjük a következő egyenletet:

$$y = \frac{3z^3 - 4z}{3z^2 + 4} \quad 2)$$

vagy

$$y = z - \frac{8z}{3z^2 + 4} \quad 3)$$

Mint hogy  $y$ -nak pozitívnek kell lennie, nyerjük a 2)-ből miszerint:

$$3z^3 - 4z > 0$$

vagy

$$3z^2 - 4z > 0$$

s így

$$z > 1$$

Hogy  $y$  egész szám lehessen kell, hogy  $\frac{8z}{3z^2 + 4}$  egész szám legyen, mi akkor lehetséges, ha

$$8z \geq 3z^2 + 4$$

vagy

$$z(8 - 3z) \geq 4$$

De ugyanekkor

$$3z < 8$$

vagyis

$$z < 3 \quad 5)$$

A 4) és 5) feltételt egyidejűleg azonban csak a  $z = 2$  egyenlet elégíti ki. Ebből következik, hogy:

$$x = 4$$

$$y = 1$$

és a keresett háromszög oldalai és területe rendre:

$$3, 4, 5, 6.$$