

Legyen x a keresett szám és n^3 a 7 számjelmű álló teljes köb. Ekkor

$$101010x + 1 = n^3 \quad 1)$$

és

$$10^6 \leq n^3 < 10^7 \quad 2)$$

A 2)-ből következik, hogy az n 100 és $100\sqrt[3]{10}$, vagyis 100 és 215 között fekszik.

Az 1)-ből következik, hogy n^3 1-gyel végződik, ami csak úgy lehetséges, ha n is 1-gyel végződik. Különbösen az 1) alatti egyenlet még a következő alakra hozható:

$$101010x = n^3 - 1$$

vagy

$$101010x = (n - 1)n(n + 1) + n - 1 \quad 3)$$

A 3) baloldala és a jobb oldal első tagja 30-czal osztható. Ugyanis $101010 = 30 \cdot 3367$, $n - 1$ 0-sal végződik, mert n feltétel szerint eggyel végződik és végre három egymásra következő szám közül egy mindig osztható 3-mal.

Kell tehát, hogy $n - 1$ is osztható legyen 30-czal. Vagyis

$$n - 1 = 30k \quad 4)$$

De 30-nak többszörösei, melyek 99 és 214 között fekszenek, a következők:

$$120, \quad 150, \quad 180, \quad 210$$

Tehát az n egyedül a következők közt keresendő:

$$121, \quad 151, \quad 181, \quad 211.$$

Ezeknek köbei ismét a következők:

$$1771561,$$

$$3442951,$$

$$5929741,$$

$$9393931.$$

Látjuk tehát, hogy csupán $n = 211$ felel meg a feladatnak és a keresett $x = 93$.