

I. megoldás.

$$\begin{aligned}n(2n+1)(7n+1) &= n[(n-1) + (n+2)] \cdot [6n + (n+1)] = \\ &= 6n^2(2n+1) + n((n+1)(n+2) + (n-1)n(n+1)).\end{aligned}$$

Három egymásra következő egész szám szorzata 2-vel és 3-mal, tehát szorzatukkal 6-tal is osztható. Az összeadandók mindegyike, tehát összegük is osztható 6-tal.

(Deutsch Imre, Győr.)

II. megoldás. A kifejezés akkor is osztható 2-vel, ha n páratlan, mert akkor $7n+1$ páros. Épp így 3-mal akkor is osztható, ha n nem többszöröse a 3-nak. Ekkor ugyanis

$$a) n = 3a + 1 \quad \text{vagy} \quad b) n = 3a - 1$$

alakú szám és:

$$\begin{aligned}(a) n(2n+1)(7n+1) &= (3a-1)(6a+3)(21a+8) = \\ &= 3(3a+1)(2a+1)(21a+8) \\ b) n(2n+1)(7n+1) &= (3a-1)(6a-1)(21a-6) = \\ &= 3(3a-1)(6a-1)(7a-2).\end{aligned}$$

(Spitzer Vilmos, Pécs.)