

Az adott kifejezés ( $K$ ) így is írható:

$$K = [1 + (x^2 - 1)]^{2n+1} - (2n + 1)(x^2 - 1)[1 + (x^2 - 1)]^n - 1 =$$

$$(1) \quad = (1 + y)^{2n+1} - (2n + 1)y(1 + y)^n - 1$$

ha az

$$x^2 - 1 = y$$

helyettesítést alkalmazzuk. Már most

$$(1 + y)^n = 1 + ny + \binom{n}{2}y^2 + \dots + \binom{n}{n}y^n = 1 + ny + y^2 \cdot A,$$

tehát

$$(2) \quad -(2n + 1)y(1 + y)^n = -(2n + 1)y - (2n + 1)ny^2 + y^3 \cdot B$$

azonkívül

$$(3) \quad (1 + y)^{2n+1} = 1 + (2n + 1)y + (2n + 1)ny^2 + y^3 \cdot C$$

és

$$(4) \quad -1 = -1.$$

Ha a (2), (3), (4) egyenlőségeket összeadjuk éppen  $K$ -t kapjuk:

$$(5) \quad K = y^3(B + C) = y^3 \cdot D,$$

mely alakban világosan látható, hogy  $K$  osztható  $y^3 = (x^2 - 1)^3$ -mal.