

Első megoldás. Ismeretes, hogy a háromszög területe

$$t = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

és

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}},$$

tehát

$$\frac{t}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = s(s-a),$$

vagyis

$$s^2 - as - \frac{t}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = 0,$$

honnan

$$s = 75 \text{ m.}$$

Tudjuk, hogy

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}},$$

vagyis

$$bc = \frac{s(s-a)}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}},$$

honnan

(1°)

$$bc = 2378.$$

Ha azonban

$$2s = a + b + c.$$

akkor

(2°)

$$b + c = 2s - a = 99$$

(1°)-ből és (2°)-ből

$$b = 41 \text{ m, } c = 58 \text{ m.}$$

Továbbá nyerjük, hogy

$$\beta = 43^\circ 36' 10''$$

és

$$\gamma = 77^\circ 19' 11''.$$

(Neumann Frida, Budapest.)

Második megoldás.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha,$$

de minthogy

(1)

$$2bc = \frac{4t}{\sin \alpha},$$

azért

(2)

$$b^2 + c^2 = a^2 + 4t \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}.$$

(2)-höz (1)-et adva, illetőleg levonva

$$(b+c)^2 = a^2 + \frac{4t}{\sin \alpha} (1 + \cos \alpha) = a^2 + 4t \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$$

$$(b-c)^2 = a^2 - \frac{4t}{\sin \alpha} (1 - \cos \alpha) = a^2 - 4t \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2},$$

mely egyenletekből ismét ered, hogy

$$b = 58 \text{ m és } c = 41 \text{ m.}$$

(Bayer Nándor, Losonc.)