

Első megoldás. Legyen $ABCD$ a négyszög, P -nek az AB , BC , CD és DA oldalaktól mért távolságai a , b , c és d .
Mínthogy:

$$a = BP \cdot \sin ABP = BP \cdot \sin ADP,$$

$$c = DP \cdot \sin CDP = DP \cdot \sin CBP,$$

$$b = BP \cdot \sin CBP,$$

$$d = AP \cdot \sin DAP,$$

azért

$$ac = BP \cdot \sin CBP \cdot DP \cdot \sin ADP,$$

$$bd = BP \cdot \sin CBP \cdot AP \cdot \sin DAP.$$

De az ADP háromszögben

$$DP \cdot \sin ADP = AP \cdot \sin DAP$$

s így

$$ac = bd.$$

(Sárközy Pál, Pannonhalma.)

Második megoldás. Legyen $ABCD$ a négyszög, és a P pontból bocsájtott merőlegesek talppontjai: T_1 , T_2 , T_3 , T_4 az AB , BC , CD és DA oldalakon. Húzzuk meg a PA és PC egyeneseket. Ekkor

$$PCT_2\Delta \sim PAT_1\Delta, \text{ mert } PCT_2\angle = PAT_1\angle$$

és

$$PCT_3\Delta \sim PAT_4\Delta, \text{ mert } PCT_3\angle = PAT_4\angle;$$

következésképp

$$PT_2 : PT_1 = PC : PA$$

és

$$PT_3 : PT_4 = PC : PA,$$

miért is

$$PT_2 : PT_1 = PT_3 : PT_4$$

vagy

$$PT_2 \cdot PT_4 = PT_1 \cdot PT_3.$$

(Köhler István, Budapest.)