

Első megoldás. Ha az első egyenletből a másodikat, illetőleg a harmadikat kivonjuk, ered:

$$a^3 - b^3 + p(a - b) = 0,$$

$$a^3 - c^3 + p(a - c) = 0.$$

Mint hogy $a - b$ és $a - c$ a feltétel szerint nem 0, azért $(a - b)$, illetőleg $(a - c)$ -vel osztva, lesz:

$$a^2 + ab + b^2 + p = 0,$$

$$a^2 + ac + c^2 + p = 0.$$

E két egyenletből ered:

$$a(b - c) + (b + c)(b - c) = 0$$

s $(b - c)$ -vel osztva:

$$a + b + c = 0.$$

(Paunz Arthur, Pécs.)

Második megoldás. a , b és c gyökei az $x^3 + px + q = 0$ egyenletnek. Ismeretes, hogy a harmadfokú egyenlet gyökeinek összege ellenkező jellel megadja az x^2 együtthatóját. Mint hogy egyenletünkben a négyzetes tag hiányzik, azért

$$a + b + c = 0.$$

(Erdélyi Sándor, Budapest.)

Harmadik megoldás. A három megadott egyenlet egyidejűleg csak úgy állhat fenn, ha az egyenletrendszer determinánsa 0. (K. M. L. IX. 179.), tehát, ha

$$\Delta = \begin{vmatrix} a^3 & a & 1 \\ b^3 & b & 1 \\ c^3 & c & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

A determinánst kifejtve, ered

$$(a - b)(b - c)(a - c)(a + b + c) = 0.$$

Mint hogy pedig a , b és c egymástól különböző számok, azért

$$a + b + c = 0.$$

(Pichler Sándor, Budapest.)