

(1) Tegyük fel, hogy  $(A^2 + B^2)$ -nek és  $(A + B)$ -nek van közös törzsosztója; akkor e közös törzsosztó egyszersmind  $(A^2 + B^2) - (A^2 + B^2) = 2AB$ -nek is osztója; de  $2AB$ -nek egyik osztója 2, mely szám  $(A^2 + B^2)$ - és  $(A + B)$ -nek abban az esetben osztója, ha  $A$  és  $B$  páratlan szám.  $2AB$  szorzat más törzsosztója vagy  $A$ -nak vagy pedig  $B$ -nek is osztója, pl.  $A$ -nak.

De  $A$ -nak és  $(A + B)$ -nek közös osztója  $B$ -nek is osztója, ami a feltétel alapján nem lehetséges s így  $(A^2 + B^2)$ -nek és  $(A + B)$ -nek 1 és 2-ön kívül más közös osztója nincs.

(2) Ha  $(A^2 + B^2)$ -nek és  $(A^2 - AB + B^2)$ -nek van közös törzsosztója, akkor e közös törzsosztó egyúttal  $(A^2 + B^2) - (A^2 - AB + B^2) = AB$  kifejezésnek is osztója. De az  $(A^2 + B^2)$  és  $AB$  közös törzsosztója egyúttal az  $AB$  szorzat egyik tényezőjének is osztója, pl.  $A$ -nak. De  $A$ -nak és  $(A^2 + B^2)$ -nek közös törzsosztója  $B^2$ -nek, tehát  $B$ -nek is osztója; ami pedig a feltétellel ellentétes, vagyis  $(A^2 + B^2)$  és  $(A^2 - AB + B^2)$  kifejezéseknek 1-en kívül más közös osztója nem lehet.

(1)- és (2)-ből következik, hogy  $(A^2 + B^2)$  és  $(A + B)(A^2 - AB + B^2) = (A^3 + B^3)$  számoknak legnagyobb közös osztója 1 vagy 2.

*(Ehrenfeld Nándor, Nyitra.)*